

DETERMINACION DE LA DIFERENCIA DE ÍNDICES DE REFRACCIÓN DEL HIELO POR INTERFEROMETRÍA DE LUZ POLARIZADA

MEASUREMENT OF THE DIFFERENCE OF THE REFRACTION INDICES OF ICE USING POLARIZED LIGHT INTERFEROMETRY

R.A. Comes, G.M. Caranti y L.E. Arena

Facultad de Matemática Astronomía y Física (FaMAF) - Universidad Nacional De Córdoba - CONICET
Medina Allende s/n - (5000) -Córdoba - Argentina
comes@roble.fis.uncor.edu

RESUMEN

En el presente trabajo se propone un método para determinar la diferencia de los índices de refracción ordinario y extraordinario del hielo. El hielo es débilmente birrefringente. Un examen de la literatura muestra que no hay acuerdo entre diferentes autores en los valores de los índices ordinario y extraordinario. En este trabajo se muestra cómo, a partir del conocimiento de la ubicación del eje cristalográfico c de un prisma recto de base triangular de hielo, es posible estimar la diferencia entre estos índices a partir del diagrama de interferencia entre la onda ordinaria y la extraordinaria. El prisma es iluminado con luz monocromática polarizada y utilizando un analizador se fotografían los diagramas de interferencia. La separación de sus franjas es función de los índices principales. Se muestra también que si bien es posible obtener las dos separaciones de franjas requeridas para resolver ambos índices mediante dos ecuaciones con dos incógnitas iluminando alternativamente ambas caras del prisma, la precisión obtenida no es suficiente para mejorar los datos actuales.

ABSTRACT

A method is proposed to find the difference between the ordinary and extraordinary refraction indices of ice. Ice is marginally birefringent and a literature review shows a dispersion in the values reported by different authors. It is shown how, knowing the orientation of crystallographic c axis of an ice prism, it is possible estimate the main indices difference from the interference pattern between the ordinary and extraordinary waves. The prism is illuminated with a beam of linearly polarized, monochromatic light. The interference diagrams are photographed through an analyzer. The fringe spacing is a function of the principal indices. It is also shown that although it is possible to obtain the principal indices from the measurements of two sets of fringes by alternate illumination of both sides of the prism, the resulting accuracy is not enough to improve the data available for ice.

Introducción

Una revisión de la literatura muestra que los índices de refracción del hielo no tienen un valor único aceptado.

Si se hace atravesar un medio birrefringente con un haz colimado de luz monocromática previamente polarizada y se superponen en el mismo plano de polarización las ondas ordinaria y extraordinaria en que se divide por medio de un analizador y se proyecta el haz resultante sobre una pantalla, se obtiene un diagrama de interferencia [3].

Si se trata de una placa plano paralela birrefringente, esta interferencia dará una intensidad constante en toda la pantalla. Sin embargo si se utiliza un cuerpo que tenga las caras planas pero no paralelas habrá diferencias variables de camino óptico a través del haz y por lo tanto se observarán franjas de interferencia en la pantalla. La separación de las mismas dependerá de la geometría, longitud de onda λ y de los índices de refracción ordinario n_o y extraordinario n_e . En la geometría se incluye la orientación del eje óptico del material de que se trate.

Teoría y Esquema Experimental

Si se piensa ese cuerpo como formado por caras planas no paralelas de un prisma birrefringente uniaxial positivo, como se ve en la Fig. 1, se notará que la interferencia en el punto P se produce entre ondas que atraviesan el prisma por distintos caminos, y se ve que hay un principio de compensación en el que el camino (geométrico) de la onda extraordinaria es mayor pero el tramo de material birrefringente es menor donde el índice n_e es mayor al n_o . Esto como se verá mas abajo hace que aumente la separación de franjas haciéndolas medibles.

Si llamamos Λ_e y Λ_o a los caminos ópticos de ambas ondas, la condición de interferencia destructiva es

$$\Lambda_e - \Lambda_o = (2m + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Para obtener estos caminos es necesario observar en la Fig. 1 que la incidencia de la luz sobre la primera cara del prisma es normal. De esta manera no hay cambio de dirección del haz incidente y por lo tanto el ángulo entre el eje óptico y la dirección de propagación de las ondas

queda precisamente establecido. Para un ángulo θ entre el vector de onda y el eje c , el índice de refracción n de la onda extraordinaria viene dado por la siguiente expresión:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\sin^2 \theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2 \theta}{n_o^2} \quad (2)$$

donde n_e es el índice principal para una onda extraordinaria linealmente polarizada en la dirección del eje óptico y n_o es el índice principal para una onda ordinaria. Si en el montaje mostrado en la Fig. 1 se dispone la orientación de eje c paralela al eje y , entonces $\theta = \pi/2$ y de acuerdo a (2) $n = n_e$.

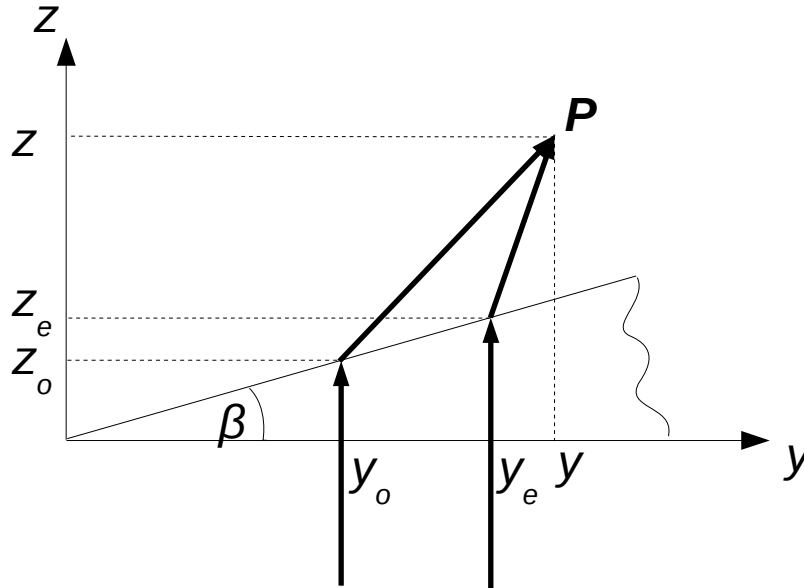


Figura 1. Caminos seguidos por los rayos ordinario y extraordinario mostrando dónde se realiza la interferencia.

Ahora es posible calcular la diferencia ($\Lambda_e - \Lambda_o$) de caminos ópticos entre la onda extraordinaria con un índice n_e y la onda ordinaria con un índice n_o a partir de la geometría mostrada en la Fig. 1. Igualando (1) con el resultado obtenido, es posible obtener la separación d_1 entre franjas oscuras sucesivas proyectadas sobre una pantalla plana paralela a la cara del prisma sobre la que incide la luz normalmente correspondientes a interferencia destructiva. Despejando de esta ecuación n_e en función de d_1 , n_o , β y λ , se obtiene la siguiente expresión:

$$n_e = \frac{(F \sin \beta + \lambda/d_1)}{\tan \beta} + \sqrt{1 - (F \sin \beta + \lambda/d_1)^2}, \quad (3)$$

donde:

$$F = n_o \cos \beta - \sqrt{1 - n_o^2 \sin^2 \beta}. \quad (4)$$

Cuando se intercambia la posición de las caras del prisma birrefringente y se ilumina desde el lado donde no yace el eje c , se tiene $\theta = \pi/2 - \beta$ y ahora se obtiene a partir de (1) la siguiente expresión para el índice n de la onda extraordinaria:

$$\frac{1}{n^2} = \frac{\cos^2 \beta}{n_e^2} + \frac{\sin^2 \beta}{n_o^2} \quad (5)$$

Como en el caso de la configuración anterior, es posible

calcular la diferencia ($\Lambda_e - \Lambda_o$) de caminos ópticos entre la onda extraordinaria, esta vez con un índice n , y la onda ordinaria con un índice n_o a partir de la geometría mostrada en la Fig. 1. Igualando nuevamente (1) con el resultado obtenido, es posible obtener la separación d_2 entre franjas oscuras sucesivas proyectadas sobre la pantalla plana. Despejando de esta ecuación n en función de d_2 , n_o , β y λ , se obtiene la siguiente expresión:

$$n = \frac{(F \sin \beta + \lambda/d_2)}{\tan \beta} + \sqrt{1 - (F \sin \beta + \lambda/d_2)^2}. \quad (6)$$

Por otra parte, si se despeja n_e en (5), se obtiene lo siguiente:

$$\frac{1}{n_e^2} = \frac{1}{n^2 \cos^2 \beta} - \frac{\tan^2 \beta}{n_o^2}. \quad (7)$$

En las condiciones del montaje esquematizado en la Fig. 1 λ , β , son datos conocidos y los valores de d_1 y d_2 resultan del proceso de medición. En consecuencia la ecuación (6) proporciona una relación entre n y el índice principal ordinario n_o . Si, a su vez, esta expresión de n se sustituye en el segundo miembro de (7) se obtiene ahora una relación entre n_e y n_o . Otra relación con esta misma cualidad es (3). De aquí resulta claro que el problema de hallar los valores de n_o y n_e equivale a encontrar la intersección de las curvas $n_e(n_o)$ dadas por las ecuaciones (3) y (7). Esto mismo se puede expresar diciendo que el valor real de n_o es el único compatible con las dos

relaciones que vinculan n_e con n_o .

Discusión de los Resultados

En la Fig. 2 puede verse lo que sería la gráfica de esta diferencia para el caso de un prisma de hielo con un ángulo central $\beta = 30^\circ$ el cual fuese iluminado con un haz colimado proveniente de una fuente con una longitud de

onda $\lambda = 589.3$ nm como función de n_o al variar su valor entre 1,3 y 1,32. Como se ve, de la intersección de la curva con el eje de las abscisas se obtiene el valor correcto $n_o = 1,3090$, pero para ello fue necesario usar una elevada exactitud al tomar $d_1 = 0,00064794849948276$ m y $d_2 = 0,00086434545640132$ m, lo que implica una precisión imposible de alcanzar en la práctica.

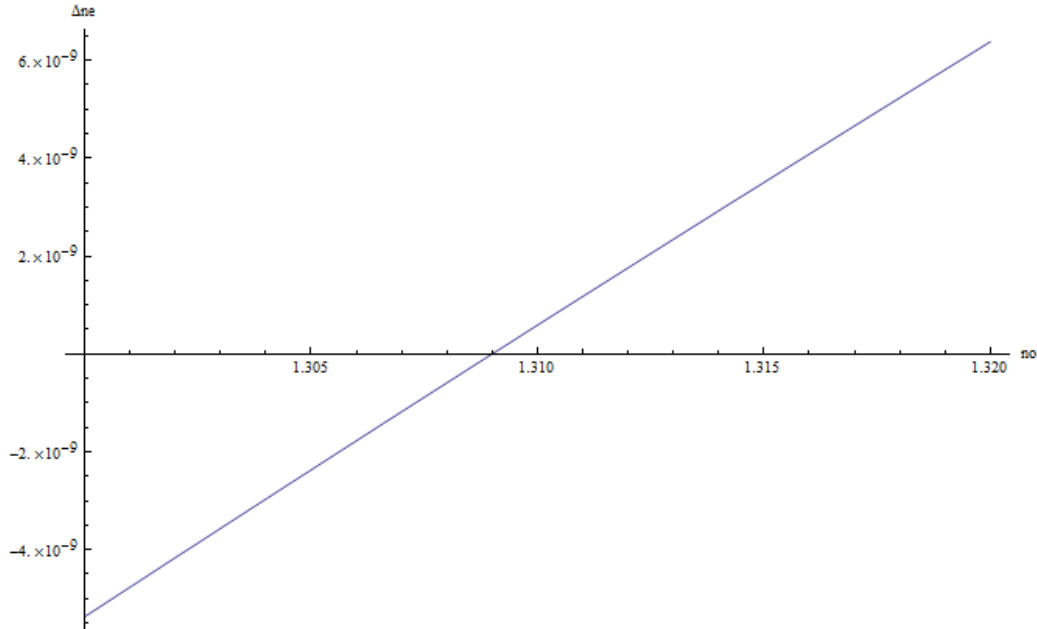


Figura 2. Diferencia entre n_e calculado por medio de (4), (6) y (7) y el mismo n_e calculado por medio de (3) como función de n_o . Se efectuó el montaje sobre un prisma de hielo con un ángulo central $\beta = 30^\circ$ y luz proveniente de un fuente de una longitud de onda $\lambda = 589,3$ nm.

Para dar una idea del error que se comete al evaluar no al admitir errores de medición en d_1 y d_2 , baste señalar que si se varía el valor del último parámetro a $d_2 = 0,0008643$ entonces el valor que se obtendría para n_o sería 1,4535 y si se pasa a $d_2 = 0,00086$ entonces la curva de la gráfica de la Fig. 2 deja de intersectar al eje de las abscisas. Finalmente cuando $d_2 = 0,00087$ el valor resultante para n_o es 1,99905.

Por otra parte, es interesante señalar que si se conoce uno de los índices principales, n_o por ejemplo, el error en el otro viene dado por

$$\delta n_e = \left[-\frac{\lambda}{d_1 \tan \beta} + \frac{(F \sin \beta + \lambda/d_1)\lambda/d_1}{\sqrt{1 - (F \sin \beta + \lambda/d_1)^2}} \right] \frac{\delta d_1}{d_1} \quad (8)$$

Por ejemplo si $n_o = 1,3090$ como en el caso analizado anteriormente, el valor que se obtiene para n_e deducido a partir de (4), (6) y (7) es 1,3104. Admitiendo para δd_1 un valor posible de alcanzar en la práctica igual a un décimo de d_1 es decir 0,00006 m, el resultado de (8) es $\delta n_e = -0,000105$ que representa el 0.008% de $n_e = 1,3104$.

Por lo tanto se concluye que la diferencia de índices se puede determinar a la diez milésima cuando se mide la separación de franjas al 10%.

En una medición para un prisma de hielo con un ángulo central de 27° a -10°C se obtuvo $d_1 = 0,00182$ m y $d_2 = 0,00125$ m (es decir 5,5 y 8 franjas en 1 cm respectivamente).

Como la longitud de onda del diodo laser utilizada fue 688,5 nm (14524 cm^{-1}) medida con un espectrofotómetro Ocean Optics 2000, los índices de refracción esperados son⁽¹⁾ $n_o = 1,3063$ y $n_e = 1,3077$. Tomando como dato el valor de n_o se obtiene de (3) un valor de 1,30729 para n_e que está alrededor de 400 ppm del valor correcto.

Conclusiones

Sin embargo, para otros materiales con una birrefringencia considerablemente mayor, como es el caso del cuarzo, es posible determinar los dos índices principales a partir de las mediciones de las separaciones de franjas con errores razonables. En efecto, los valores aceptados de los índices principales de este medio son $n_o = 1,5443$ y $n_e = 1,5534$.

Un prisma con un ángulo central $\beta = 40^\circ$ con la misma orientación del eje óptico produce franjas de interferencia con $d_1 = 0,000013422514884470571$ m y $d_2 = 0,000026918811323054335$ m. Aplicando el mismo procedimiento es decir adoptando como error de d_1 un

10% de su valor se ve que el índice ordinario "medido" pasa de 1,5443 a 1,5488, una variación de sólo 0.3%. Vemos entonces como conclusión que a medida que los índices principales difieren más, se obtiene mejor precisión. Por el contrario, para casos de escasa birrefringencia como la del hielo, esta técnica interferométrica carece de la precisión suficiente para determinar independientemente los dos índices principales por lo que es necesario continuar con las investigaciones para hallar un método alternativo que satisfaga este requerimiento. No obstante esto, si se

cuenta con un valor suficientemente preciso del índice principal n_o , es posible determinar n_e a partir de él con una precisión aceptable aún en estos casos.

Referencias

- 1- Physics of Ice, Peter V. Hobbs, Oxford, 1973.
- 2- Optics, Eugene Hecht, Addison-Wesley, 1974.
- 3- Principles of Optics, M. Born y E. Wolf, Cambridge, 1999.