

DIFRACCIÓN POR PUPILAS FRACTALES Y PRINCIPIO DE BABINET

L. Baum, V. Laguna Weinberg, J. Cesaretti, J. Martínez y M. Garavaglia

Depto. de Física, Fac. de Cs. Exactas, U.N.L.P.
y Centro de Investigaciones Ópticas (CIOP - CONICET - CIC)
c.c. 124, Correo Central, (1900) La Plata, Argentina
E-mail: garavaglia@odin.ciop.unlp.edu.ar

1. Introducción:

La difracción óptica por pupilas fractales provee un método para estudiar las propiedades de estos objetos, las que se traducen en las distribuciones de intensidad resultantes (cif. Allain et al 1986). El principio de Babinet es formulado a partir del comportamiento de la luz al atravesar aberturas que pueden representarse como regiones en el espacio euclídeo^[1]. Si en un punto de observación la amplitud escalar de la onda que pasó por una placa difractora es E_1 y E_2 cuando se reemplaza por la placa complementaria (aquella cuyas zonas opacas coinciden con las transparentes de la primera y viceversa):

$$E_1 + E_2 = E_0$$

donde E_0 es la perturbación escalar cuando no hay obstrucción.

Como consecuencia, si cuando no hay obstáculos el sistema óptico produce una imagen puntual entonces, fuera de dicho punto, $E_0 = 0$ y $E_1 = -E_2$, con lo cual las radiancias ($I \propto E^2$) son iguales.

En el presente trabajo se muestran los resultados de una serie de experimentos y simulaciones computacionales, realizados con el fin de verificar la validez de este principio en el campo de la geometría fractal.

Se utilizaron como pupilas, dos fractales determinísticos distintos. En ellos, hay una pauta que se repite. Ésta es la condición de autosimilitud o de simetría con respecto a homotecias (contracciones y dilataciones de escala). Por lo tanto son generados iterativamente.

El Fractal de Cantor (unidimensional) se obtiene dividiendo en tercios un segmento y eliminando el fragmento central; la misma regla se aplica a los dos trozos que quedan, y así sucesivamente.

La Alfombra de Sierpinsky^[2] se construye partiendo de un cuadrángulo. Este se fracciona en 9 cuadrados congruentes y se anula el del medio; la misma ley se repite en las partes que quedan para los órdenes siguientes.

Se registró el patrón de Fraunhofer (cuadrado de la transformada de Fourier^[3] de la superficie fractal), tomando fotografías en el plano focal del sistema óptico (fig. 1) obstruido en su salida.

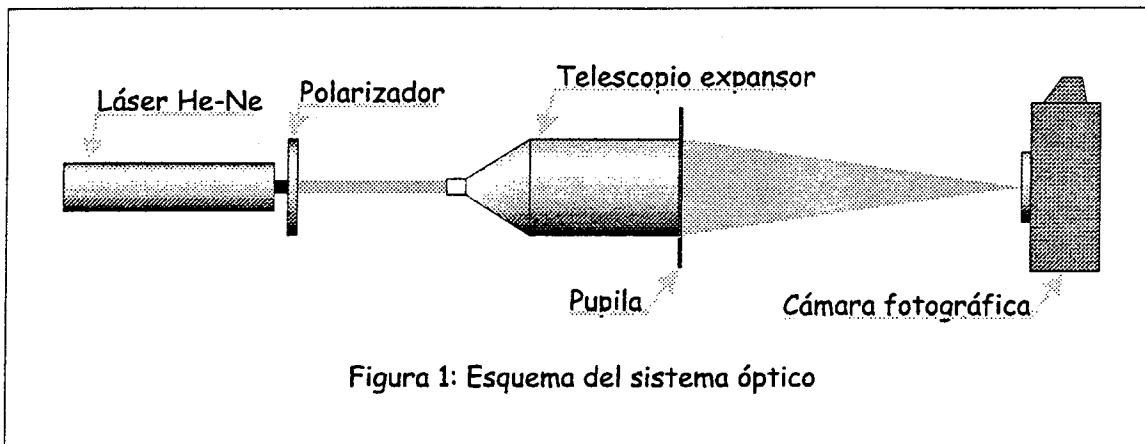


Figura 1: Esquema del sistema óptico

2. Experimento:

El haz de un láser de He-Ne de longitud de onda de $\lambda=0,633 \mu\text{m}$, linealmente polarizado, cuya intensidad es graduada atravesando un polarizador, se propaga a través de un telescopio expensor que

magnifica su diámetro hasta 50 mm, inmediatamente incide sobre la pupila (adosada al ocular); siguiendo su trayectoria hasta el plano focal donde se coloca la película fotográfica (no se utilizó el objetivo propio de la cámara), ver esquema de la figura 1.

Las pupilas fueron dibujadas mediante un programa de diseño por computadora, luego se imprimieron mediante recursos láser de tamaños muy superiores a los de las diapositivas. Estos patrones fueron fotografiados con películas Kodak SW100, color, para diapositiva.

Aunque idealmente se supone que una forma se reitera indefinidamente, en los fractales reales la invarianza de escala se cumple sólo dentro de ciertos límites prácticos^[4]. En nuestro caso, éstos están determinados por el mínimo trazo de impresión y/o el grano elemental de la película fotográfica.

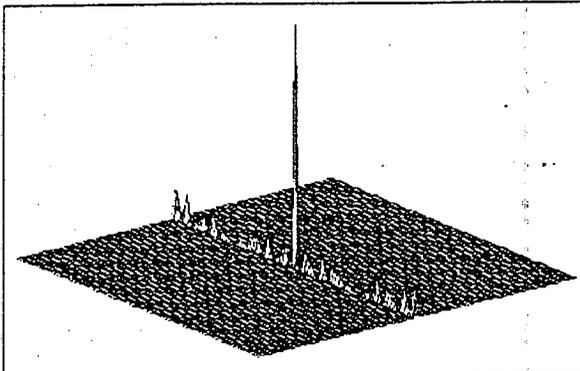
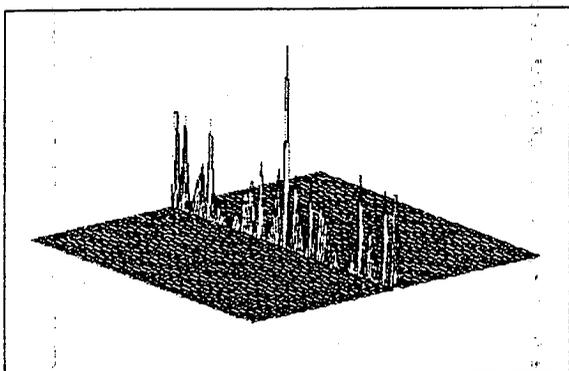
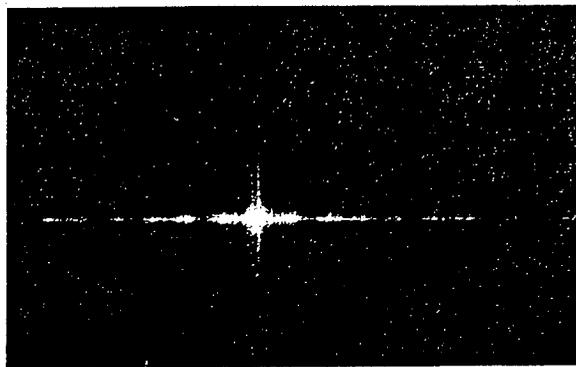
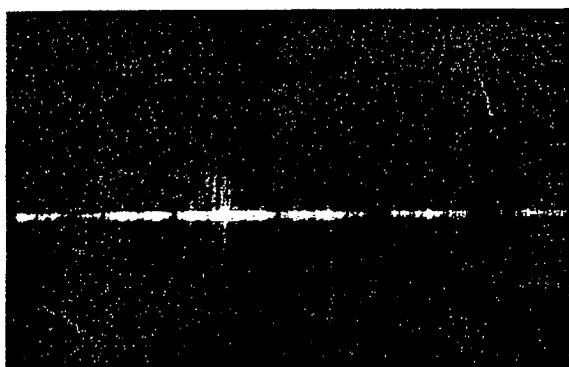
Se realizaron mediciones para los órdenes 5 y 6 del Fractal de Cantor y 1, 2 y 3 de la Alfombra de Sierpinsky. El registro fotográfico, se realizó con una cámara Olympus con película Kodak SW100, color, diapositiva. Los datos fueron digitalizados y el procesamiento consistió sólo en la eliminación de ruidos distinguibles.

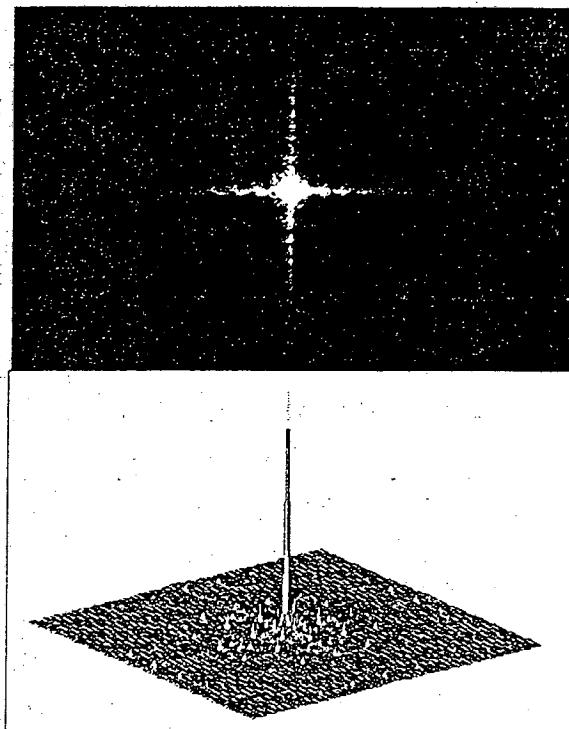
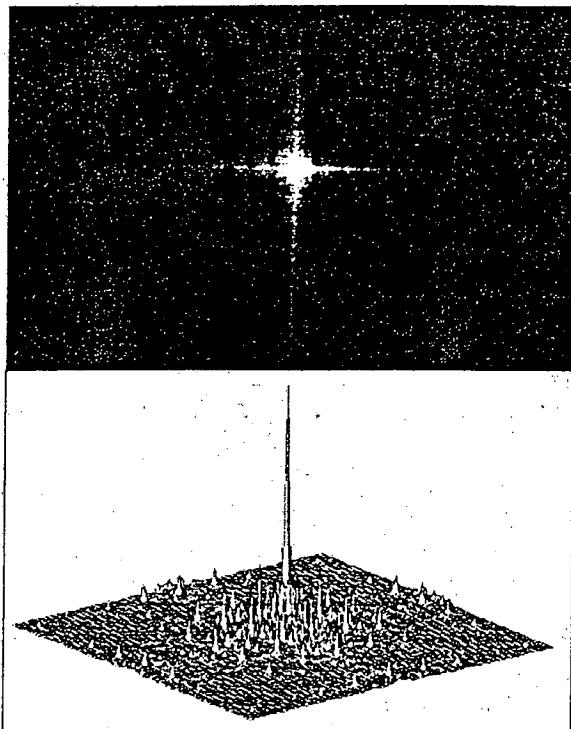
Se trabajaron dos tipos distintos de simulaciones computacionales llegando a resultados equivalentes. En ambos, se permitió que la transmitancia de la red tomara sólo valores cero y uno.

El primero de ellos consistió en la aproximación numérica de la transformada de Fourier de la red a través de un utilitario matemático.

En el segundo, basado en el Principio de Huygens-Kirchoff^[5], los cálculos se realizaron con un programa diseñado en Fortran77.

Fractal de Cantor de Orden 5:





3. Discusión y Conclusión:

A partir de los resultados obtenidos, puede observarse un importante acuerdo entre las figuras de difracción de cada placa difractora y su complementaria (Principio de Babinet).

Experimentalmente hallamos que las posiciones de los máximos y mínimos de los patrones de difracción son coincidentes. Si bien no pudo verificarse correspondencia entre las intensidades, esto puede explicarse por los efectos de borde y lagunaridad.

La simulación generada a partir de la idealización de las redes, muestra plena coincidencia para cada punto del patrón de difracción.

4. Referencias:

- [1] BORN, M. and E. WOLF. Principles of Optics. Pergamon, Oxford, 1970.
- [2] MANDELBROT, B.. The Fractal Geometry of Nature. Freeman, San Francisco, 1982.
- [3] ALLAIN C. and M. CLOITRE. Phis. Rev. B **33**, 3566 (1986)
- [4] MANDELBROT, B.. Los objetos fractales. Barcelona, Tuquets ediciones, 1984.
- [5] HECHT, E. and A. ZAJAC. Óptica. Wilmington, Addison-Wesley Iberoamericana, 1986.