

ESTRUCTURAS DE RECIRCULACIÓN EN UN CONTENEDOR CILÍNDRICO

M.F. Piva*, V. Amado, A. Calvo y J.E. Wesfreid⁺

Grupo de Medios Porosos-Facultad de Ingeniería - Universidad de Buenos Aires.
Pasco Colon 850 - (1063) -Buenos Aires - Argentina
e-mail: mpiva@aleph.fi.uba.ar

⁺ Laboratoire Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes- ESPCI
10, rue Vauquelin 75231 -Paris cedex 05- Francia

El campo de velocidades de un filamento vorticoso (o vórtice) se puede modelizar considerando los mecanismos de difusión de la vorticidad y conservación del momento angular. Según este esquema el flujo producido por la componente axial de la velocidad es compensado por un flujo en la dirección radial. La succión radial tiende a concentrar la vorticidad y esta tendencia es balanceada por la difusión.

Bajo ciertas condiciones, la componente axial se anula en alguna parte del eje del filamento dando lugar al fenómeno conocido como "vortex breakdown" caracterizado por la aparición de burbujas de recirculación que rodean al filamento.

La forma de esta recirculación depende crucialmente de la estructura de capas límites que se forman en los contornos del recipiente contenedor.

En este trabajo se presentan los resultados experimentales obtenidos con un recipiente cilíndrico cuya base rota a velocidad constante, usando una solución acuosa de glicerina como fluido de trabajo. Se muestra la aparición de distintas estructuras cuando se varía el número de Re. Se presentan también los resultados obtenidos para la condición particular en que el radio del disco rotante es $1/3$ de la base del cilindro.

The velocity field of a vortex filament can be modeled by a combination of diffusion of vorticity and conservation of angular momentum conservation. The radial suction tends to concentrate vorticity while diffusion tends to spread it.

Under certain conditions the axial velocity component becomes null somewhere in the axis of the filament. Such phenomenon, known as vortex breakdown, is characterized by the apparition of recirculating bubbles around the filament core.

We present experimental results of vortex breakdown obtained with a cylindrical container with a bottom disk rotating at constant angular velocity using a water-glycerol mixture as working fluid. We show that merging of a variety of structures take place as the Reynolds number is varied. We also present results obtained in the case of a disk partially covering the bottom end of the container.

I. INTRODUCCIÓN

De la variedad de flujos que pueden ser producidos en recintos confinados, los conocidos como flujos de Von Karman merece especial atención porque en ellos se puede estudiar toda una gama de fenómenos asociados a la existencia de torbellinos. En los flujos de Von Karman alguna parte del recinto rota y por eso se dice que estos flujos están dominados por rotación. Un caso especial, objeto del presente trabajo, es el de un recinto cilíndrico vertical fijo, cuya base rota a velocidad angular constante y en donde el fluido tiene una superficie libre.

La formación del torbellino (vórtice), en este caso, puede entenderse como una combinación de rotación y estiramiento. En efecto, el disco rotante comunica su movimiento de rotación a las capas

superiores de fluido pero a la vez, por efecto de la fuerza centrífuga, expulsa radialmente al fluido contenido en una capa delgada adyacente al mismo. Por conservación de la masa, aparece un flujo axial hacia el disco proveniente de las capas cercanas a la superficie libre. El gradiente de este flujo provee el mecanismo de estiramiento que intensifica la vorticidad y la concentra en los alrededores del eje del sistema, dando lugar al torbellino. El ciclo se completa con la aparición de un flujo axial hacia la superficie libre, canalizado por la capa límite adyacente a la pared lateral.

La interacción entre el vórtice y el flujo meridional puede modificar substancialmente la estructura del corazón del vórtice, haciendo aparecer una divergencia del flujo en alguna parte del eje por encima del disco, dependiendo de los parámetros de control. El flujo divergente finalmente converge mas

Autor a quién debe dirigirse la correspondencia.

abajo y entre los dos puntos de estancamiento así creados, se establece una *burbuja de recirculación* cuya forma, tamaño y localización también depende de los parámetros que controlan el flujo así como también de la geometría del recinto^(1, 2, 3).

En este trabajo se describen los resultados de la visualización del flujo para dos geometrías distintas: una en la que el disco cubre todo el fondo del recinto y otra donde el disco es más pequeño. Se muestra que la aparición de estructuras de recirculación axisimétricas (burbujas) sólo ocurre en el primer caso. Se presentan también los resultados de la observación de estructuras coherentes no axisimétricas localizadas en torno al vórtice. Estas formaciones aparecen sólo en el caso de disco chico, cuando el número de Reynolds supera cierto valor crítico como n-vórtices encadenados alrededor del vórtice central (n=2,3,4,5).

II. MÉTODOS EXPERIMENTALES

Dispositivo experimental

Como se mencionó en la Introducción, el dispositivo experimental consta de un recinto cilíndrico abierto de plexiglas transparente de 97mm de radio y 250mm de altura (figura 1). En la base, un eje de acero inoxidable permite la instalación de discos planos de distintos radios. El eje está conectado a un motor de corriente continua cuya velocidad de rotación se controla por medio de una fuente regulada. Utilizando distintas combinaciones de reductores se consigue trabajar en el rango de velocidades angulares que va de 0 a 20Hz con fluctuaciones siempre menores al 1%.

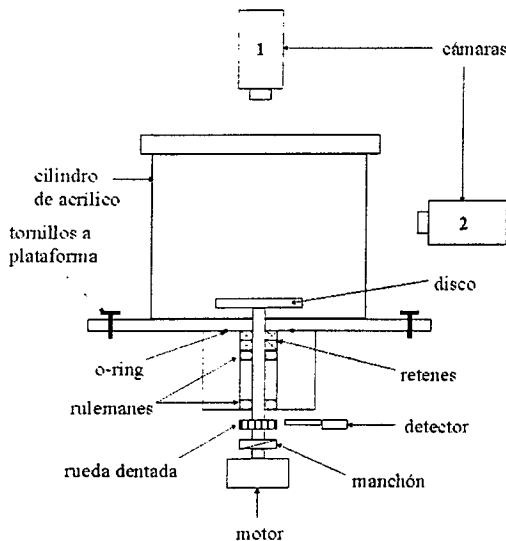


Figura 1. Dispositivo experimental, vista lateral.

En todas las experiencias el fluido utilizado es una solución de agua destilada con glicerina. La elección de estos fluidos se debe a que, mezclados en proporciones adecuadas se consigue variar la viscosidad entre 1cP (agua pura) y 1000cp (glicerina pura). Por otro lado, la viscosidad de la solución depende de la temperatura. Para mantenerla constante, se construyó una camisa térmica de paredes planas que rodea al cilindro y por la que circula agua a temperatura controlada. Las fluctuaciones en la temperatura son del orden de 0.1°C. Al mismo tiempo la camisa permite minimizar las deformaciones ópticas producidas por la superficie cilíndrica del recipiente. Todo el dispositivo está montado sobre resortes a una base rectangular de concreto cuyo objetivo es filtrar vibraciones.

Parámetros de control.

Un experimento típico queda completamente caracterizado por 4 números adimensionales, dos de origen dinámico: el número de Reynolds $Re = \Omega r_d^2 / \nu$ y el número de Froude, $F = \Omega^2 r_d / g \Gamma$ y dos de origen geométrico: la relación de aspecto vertical, $\Gamma = H / r_d$ y la relación de aspecto horizontal, $dc = r_d / r_c$, donde Ω es la frecuencia angular de rotación del disco, r_d el radio del disco, r_c el radio del cilindro, ν la viscosidad cinemática, g la aceleración de la gravedad y H la altura de la columna de fluido. El número de Reynolds compara la magnitud de los efectos inerciales y viscosos, el número de Froude dice cuán grande es la aceleración centrífuga en comparación con g . En otras palabras, es una medida de la deformación de la superficie libre: si el Froude es pequeño la superficie libre es prácticamente plana. El cociente de aspecto horizontal es $dc \leq 1$ y el rango de variación del cociente de aspecto vertical depende del disco que se esté usando.

Método experimental

En la primera parte de este trabajo se realizaron dos experiencias a fin de comprobar la aparición de burbujas de recirculación secundaria. En la primera $dc=1$ y $\Gamma=1$ mientras que en la segunda $dc=0.3$ y $\Gamma=1$. En ambas experiencias el número de Froude es despreciable lo cual es equivalente a decir que la superficie libre puede ser considerada plana y el Reynolds varía en un rango limitado por la máxima velocidad del motor y la viscosidad del fluido utilizado.

Para la visualización del flujo, se hace incidir sobre el sistema un haz plano de luz proveniente de un proyector de diapositivas. El haz, de 2-4 mm de espesor, incide perpendicular y verticalmente sobre una de las caras de la camisa que cubre el recinto cilíndrico y pasa por el eje de simetría del mismo iluminando un plano meridional del flujo. Las líneas de corriente se ponen de manifiesto mediante el agregado de una pequeña cantidad de fluoresceína al fluido de trabajo. Esta sustancia reacciona a la luz de 491nm, presente en el haz, re-emitiendo en la gama correspondiente a 515nm

(verde). Una cámara fotográfica, ubicada a cierta distancia del sistema y formando un ángulo recto con el haz, permite el registro de las distintas estructuras.

En la segunda parte del trabajo se caracterizaron las estructuras no axisimétricas que se desarrollan alrededor del vórtice central^(4,5). En registros preliminares se observó que estas estructuras forman una cadena de vórtices que rota con una velocidad angular que depende, entre otras cosas, de la velocidad de rotación del disco. En este tipo de experiencia el número de Froude no es despreciable. El vórtice central o principal, deprime la superficie libre del fluido mientras que los vórtices secundarios de la cadena la deforman hacia arriba. Por esta razón se decidió implementar la técnica de la reflectometría para ponerlas de manifiesto.

Básicamente la técnica consiste en hacer incidir un haz de luz de sección circular perpendicularmente a la superficie libre del fluido. La sección del haz es de aproximadamente 2cm. La parte del haz que se refleja, incide sobre un vidrio semitransparente colocado a 45° sobre el recinto. Luego de una segunda reflexión, la imagen deformada del haz se captura por medio de una cámara de video colocada convenientemente. Las imágenes obtenidas por reflectometría, se guardan en cintas de video para su posterior digitalización.

III. RESULTADOS

Formación de estructuras de recirculación.

Caso $dc=1$, $\Gamma=1$. La formación de burbujas de recirculación secundaria cuando el disco cubre el fondo del cilindro queda evidenciada en la secuencia de fotos que se muestran en la Figura 2.

En la foto a), correspondiente a un corte meridional del cilindro para $Re=100$, las líneas claras revelan la estructura básica del flujo. El fluido desciende verticalmente hacia el disco por la parte central, es

canalizado por el flujo radial hacia la pared lateral, asciende por ésta y finalmente vuelve hacia el centro a través de la capa de fluido adyacente a la superficie libre. El flujo en un plano ecuatorial puede dividirse en dos regiones: un corazón rotacional en el que la velocidad angular es prácticamente constante rodeado por una región irrotacional en el que la velocidad angular disminuye suavemente para anularse sobre el borde del cilindro.

En la foto b), correspondiente a $Re=290$, puede observarse la aparición de un pequeño abultamiento en la región central del flujo que delata la presencia de una burbuja de recirculación.

A medida que aumentamos el número de Reynolds, la burbuja aumenta de tamaño y se desplaza hacia la superficie libre, llegando eventualmente a tocarla. Cuando esto sucede, al punto de estancamiento superior se suma una línea de estancamiento circular hacia la cual converge el fluido adyacente a la superficie. Esta situación se ejemplifica en la foto c) que corresponde a $Re=1000$. La burbuja ha crecido considerablemente y es posible observar claramente su estructura interna.

Para Re mayores el punto de estancamiento inferior sigue ascendiendo, la recirculación secundaria pierde al aspecto de burbuja y se convierte en un toroide cuya sección alargada tiene el aspecto de una banana. Esta nueva configuración puede observarse en la foto d), para $Re=1250$.

Toda esta secuencia de fenómenos coincide, dentro del margen de error con que se determinaron los parámetros, con las observaciones hechas por Spohn⁽²⁾ en un dispositivo similar. La realización de esta experiencia ha servido para verificar el dispositivo y la eficacia de nuestro método de visualización.



Figura 2. Flujo meridional $dc=1$, $\Gamma=1$. a) $Re=100$, b) $Re=290$, c)

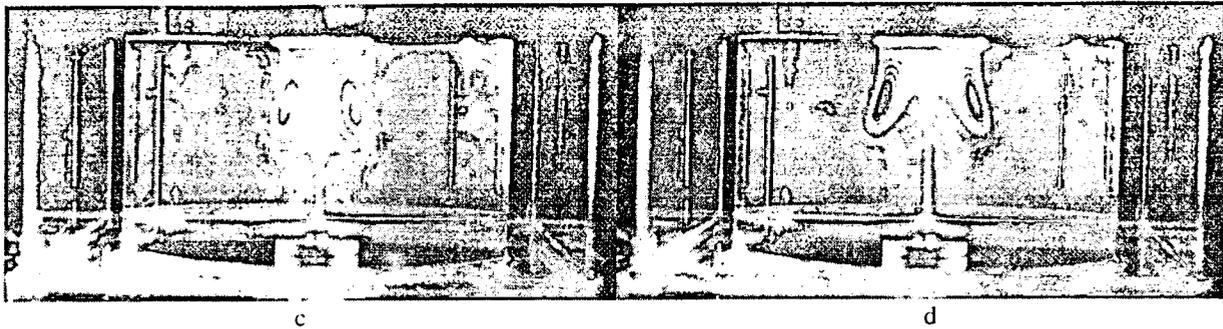


Figura 2 Flujo meridional $d_c=1$ $\Gamma=1$. Re=1000, d) Re=1250.

Caso $d_c=0.3$ y $\Gamma=1$. La realización de una experiencia con un disco que no cubre la totalidad del fondo tuvo por objeto estudiar cómo la aparición de burbujas de recirculación depende de las restricciones impuestas al flujo por la localización de la pared lateral. Disminuir el radio del disco rotante ($d_c=0.3$) a la vez que la altura del líquido se mantiene igual a la del disco ($\Gamma=1$), es equivalente a desplazar hacia afuera la pared

del recinto, que determina la estructura y la magnitud del flujo meridional, manteniendo constante el azimutal que es controlado esencialmente por el disco y la superficie libre.

En la Figura 3, correspondiente a $Re=111$, se ilustra el significado del párrafo precedente.



Figura 3. Estructura del flujo meridional con $d_c=0.3$ $\Gamma=1$ y $Re=111$.

En esta figura se observa que el flujo básico tiene una estructura claramente distinta del correspondiente al caso $d_c=1$. El fluido es expulsado radialmente más allá del límite del disco, asciende por una línea que separa regiones claras y oscuras en la figura, y se reinyecta hacia adentro antes de alcanzar la superficie libre. La diferencia esencial es que mientras que en el caso $d_c=1$ el fluido asciende principalmente por la capa límite adyacente a la pared lateral, en este caso lo hace por una capa libre (shear layer) cuya localización se ajusta al Reynolds impuesto. En la región exterior, limitada por la pared lateral, la parte inmóvil del fondo del cilindro la superficie libre y la capa por la que asciende el fluido tiene un movimiento de recirculación muy lento e irregular, como puede apreciarse en la figura. La diferencia de contrastes entre la parte derecha e izquierda de la misma se debe sólo a un defecto de iluminación. Cabe señalar que la aparición de una capa libre vertical ha sido descrita también por Tohmian y Hudson⁽⁶⁾ quienes trataron un problema de geometría similar pero a muy alto número de Reynolds.

Cuando se aumenta el número de Reynolds, el flujo no cambia cualitativamente pero para $Re>600$ se observa que el mismo deja de ser estacionario y pasa a ser oscilatorio. Este fenómeno será analizado en el siguiente parágrafo.

Formación de estructuras azimutales.

Debido al tamaño del disco, la componente tangencial de la velocidad tiene un comportamiento que difiere del caso $d_c=1$. La velocidad tangencial crece monótonamente hasta $r=r_d$ y luego tiene un decrecimiento bastante abrupto en la región $r_d < r < r_c$ debido esencialmente a que los contornos en esta región están en reposo. El perfil tangencial de velocidad tiene, por tanto, un punto de inflexión para algún valor de $r > r_d$. La existencia de un punto con esta propiedad es condición necesaria para la inestabilidad inviscida de una capa libre vertical^(7, 8). En geometría cilíndrica esta inestabilidad se manifiesta como un patrón vertical de n vórtices que se encadenan y giran alrededor del disco^(4, 5). La vorticidad en cada vórtice es de signo contrario al de la rotación rígida sobre el disco. Por esta razón, la presión en el centro de cada estructura es mayor que en las inmediaciones y la superficie libre tiende a elevarse en ese entorno. Este fenómeno sugirió el uso de la técnica de reflectometría antes esbozada para poner de manifiesto las estructuras.

Cuando el fluido está en reposo, la imagen obtenida es la del haz sin deformar, que tiene una sección cilíndrica de aproximadamente 1,5 cm de diámetro (Figura 4a).

Si la velocidad del disco es pequeña ($<1\text{Hz}$) la superficie se deforma suavemente en el entorno del mismo y la imagen deformada del haz se puede ver en la Figura 4b como un anillo blanco de cierto radio que depende de la velocidad del disco. En el centro, los dos pequeños puntos blancos corresponden a la imagen del haz a través de las dos caras del vidrio divisor. El espesor del anillo está relacionado con la incidencia del haz que no es perfectamente plano.

Si se aumenta suavemente la velocidad, se excita el modo 2 que corresponde a la aparición de dos vórtices

alrededor del disco. La imagen del haz pierde la simetría cilíndrica y aparecen dos cortes en el anillo, como se observa en la Figura 4c.

La Figura 4d corresponde a la excitación del modo tres. En este caso el anillo se divide en tres partes. La Figura 4e corresponde a la excitación del modo 4. Se puede reconocer que el anillo está dividido en cuatro partes lo que indica la aparición de cuatro vórtices en el entorno del vórtice central.

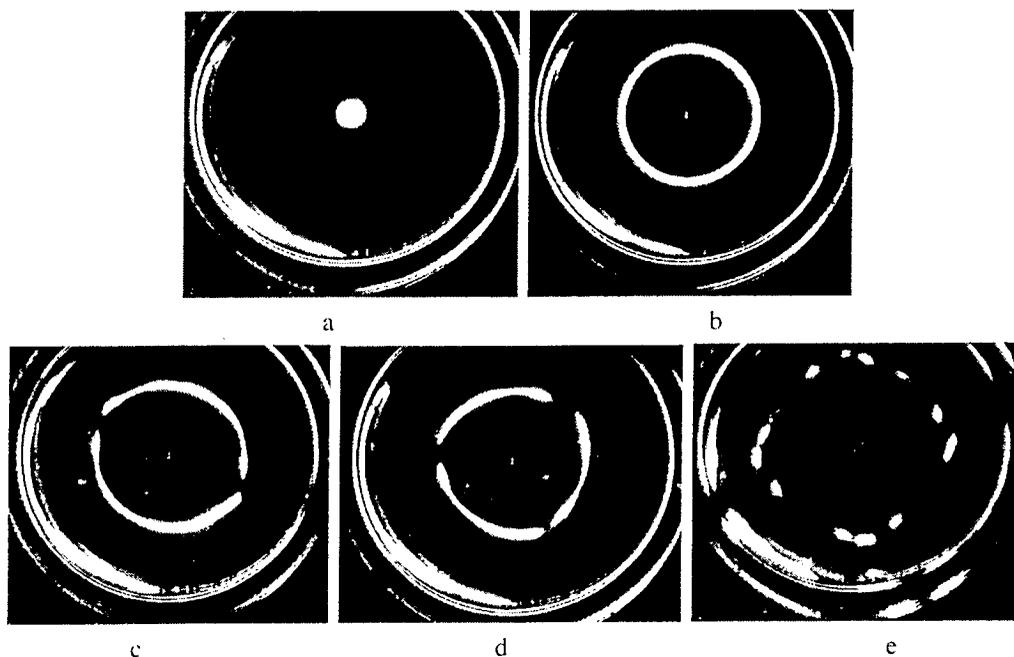


Figura 4. a)- fluido en reposo, b)- $f=1\text{ Hz}$ deformación axisimétrica, c)- $f=2\text{ Hz}$, modo 2, d)- $f=4\text{ Hz}$, modo 3, e)- $f=8\text{ Hz}$, modo 4.

A través de un equipo de adquisición y tratamiento de imágenes fue posible obtener los diagramas espacio-temporales que se muestran a continuación. Básicamente, representan la evolución temporal de la luminosidad de una línea trazada en la dirección radial cuando se mira la estructura desde arriba. la velocidad de rotación de la estructura es constante, por esta razón el diagrama muestra una sucesión de formas periódicas que corresponden al

pasaje de cada uno de los segmentos del anillo por la línea de test. La Figura 5 muestra los diagramas espacio-temporales correspondientes a la aparición de distintos modos. De la periodicidad de los mismos puede inferirse la notable regularidad de la estructura.

Para finalizar en la Figura 6 se suman los resultados obtenidos para la frecuencia del modo versus la frecuencia del disco.

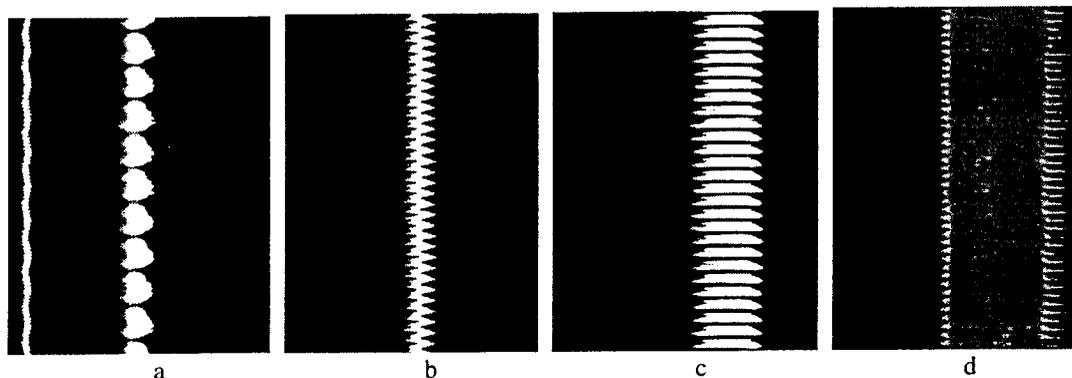


Figura 5. Diagramas espacio-temporales asociados a la Figura 4. a)- $f=2\text{ Hz}$, b)- $f=4\text{ Hz}$ c)- $f=8\text{ Hz}$ d)- $f=10\text{ Hz}$.

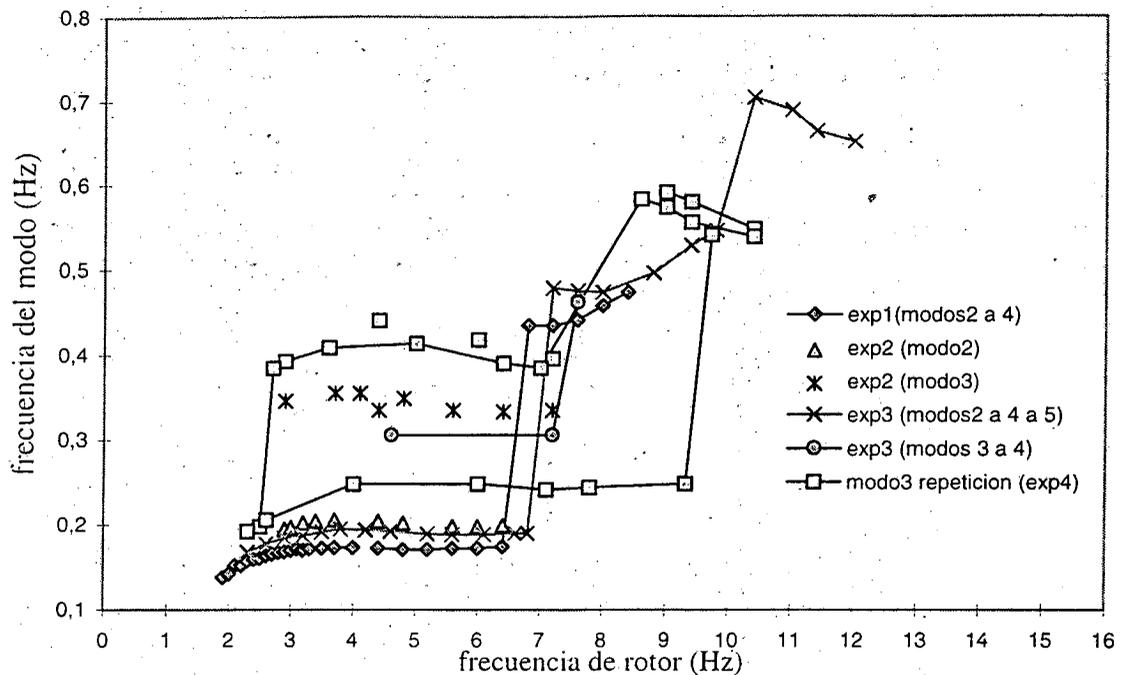


Figura 6. Se grafica la frecuencia del modo n, calculada de los diagramas espacio-temporales de la Figura 9, en función de la frecuencia del rotor. La velocidad de giro de la estructura puede calcularse simplemente haciendo frecuencia del modo/n. No obstante, este tipo de representación permite ver claramente las transiciones entre modos y los ciclos de histéresis.

En correspondencia con estudios previos puede verse que a medida que se aumenta la frecuencia del disco aparecen modos de orden superior⁽⁴⁾. Cuando la frecuencia del disco supera los 12Hz es prácticamente imposible distinguir la presencia de modos definidos. Para este rango de frecuencias las condiciones del fluido son muy críticas: las ondulaciones pequeñas de la interface hacen pensar en la transición a un estado turbulento y además la deformación de la superficie libre es del mismo orden que la altura de la columna de agua. ($\approx 3\text{cm}$). En el gráfico también se representa un ciclo de histéresis. Este ciclo es particularmente interesante porque involucra la transición entre 3 modos.

Conclusiones

Se han presentado los resultados de experiencias realizadas en un flujo de Von Karman. En primer lugar se han reproducido con éxito resultados de experiencias previas con el objeto de verificar el equipo. Se han realizado experiencias en las que el cociente de aspecto lateral $dc=0.3$ y se ha comprobado que, por un lado, este cambio inhibe la formación de estructuras de recirculación secundaria, por otro lado, favorece la

formación de una capa de cizalladura vertical que para cierto valor del número de Reynolds se desestabiliza dando lugar a la formación de estructuras tipo Kelvin-Helmholtz.

Referencias

- 1 - Escudier, M. P. Exp. Fluids **2**, 189- (1984).
- 2 - Spohn, A., Mory, M. and Hopfinger, E. J. Exp. Fluid **14**, 70-77 (1993).
- 3 - Lopez, J. M. J. Fluid Mech. **221**, 533- (1990).
- 4 - Rabaud, M. and Couder, Y. J. Fluid Mech. **136**, 291-319 (1983)
- 5 - Hide, R. J. Fluid Mech. **29**, 39-60 (1967).
- 6 - Tomlan P.F. and Hudson J.L. Chemical Engineering Science, **26**, 1591-1600 (1971).
- 7 - Greenspan H.P. "The Theory of Rotating Fluids", Cambridge, University Press (1969).
- 8 - Drazin, P.G. and Reid, W. H. "Hydrodynamic stability", Cambridge, Cambridge University Press (1981).