

CORRIENTES DE GRAVEDAD SOBRE MEDIOS POROSOS PROFUNDOS

B.M. Marino, L.P. Thomas

Instituto de Física Arroyo Seco, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Centro
Pinto 399. 7000 Tandil, Argentina
e-mail: bmarino@ifas.exa.unicen.edu.ar

Experimentos de laboratorio fueron realizados con el objeto de estudiar la dinámica de las corrientes de gravedad sobre medios porosos. Los mismos consistieron en el derrame de un volumen fijo de un fluido homogéneo (agua salada), en otro de densidad ligeramente menor (agua común), sobre un lecho poroso saturado constituido de pequeñas esferas de vidrio, en un canal de sección rectangular. Levantando rápidamente la compuerta que inicialmente separa ambos fluidos, el líquido denso forma una corriente de gravedad que se desplaza sobre el contorno superior horizontal del medio poroso, al mismo tiempo que fluye parcialmente hacia su interior. La distribución de densidad de la corriente de gravedad y la cantidad de masa que permanece sobre el lecho poroso a medida que la corriente evoluciona son obtenidas usando un software de procesamiento de imágenes, especialmente diseñado, *DigImage*.

A diferencia de lo que ocurre con las corrientes de gravedad desarrolladas sobre lechos porosos muy permeables, la evolución de la posición del frente no resulta un parámetro sensible para describir la conducta global observada en los presentes experimentos, y un régimen cuasi-autosimilar parece ser desarrollado. Las bases teóricas para determinar la ley de escala de la pérdida de masa de la corriente son introducidas y discutidas.

Laboratory experiments were carried out in which a fixed volume of homogenous fluid is suddenly released into another fluid of slightly lower density, over a rectangular cross section saturated porous bed constituted by small glass balls. By removing suddenly a vertical barrier separating two fluids of different densities, the denser liquid develops as a gravity current as it partially flows downwards. The time evolution of the iso-density contours and the current mass above the porous bed are obtained by using a specially designed imaging processing software, *DigImage*.

In contrast to gravity currents running over a highly permeable porous bed, the front position evolution is an insensitive parameter to describe the global behaviour observed in the present experiments, and a quasi-self-similar regime seems to explain the dynamics of the currents. The theoretical background is introduced in order to determine the loss of mass scaling law.

I. INTRODUCCIÓN

Una corriente de gravedad, o corriente de densidad, es el flujo de un fluido dentro de otro generado por una diferencia de densidad entre los fluidos. La diferencia en peso específico que provee la fuerza conductora puede ser debida a la presencia de material disuelto o suspendido, o a diferencias de temperatura. Las corrientes de gravedad pueden ocurrir en el fondo, en el tope, o como intrusiones en algún nivel intermedio del fluido ambiente. Los fluidos son usualmente miscibles y el mezclado que resulta puede jugar un papel importante en la dinámica del flujo. Puesto que las corrientes de gravedad ocurren en muchas y diferentes situaciones naturales y pueden también ser ocasionadas por el hombre, el conocimiento de sus propiedades es de importancia para muchas disciplinas científicas. Muchas de sus propiedades particulares y numerosas aplicaciones fueron descritas por John E. Simpson⁽¹⁾.

Un procedimiento común para generar corrientes de gravedad en el laboratorio consiste en la remoción de una barrera vertical que separa dos fluidos de diferentes densidades en un canal de sección rectangular y fondo sólido⁽²⁻⁶⁾. La mayoría de los experimentos han tratado la intrusión de un volumen finito de una solución salina en agua común bajo condiciones tales que el número de Reynolds Re en el frente es suficientemente grande como para que los efectos viscosos sean despreciables. Los experimentos mostraron que las corrientes así producidas pasan por etapas distintivas. En la primera, conocida como etapa inicial, o *slumping phase*, la parte delantera de la

corriente mantiene una profundidad casi constante y viaja a velocidad también constante. Esta etapa, para la cual las condiciones iniciales son importantes, finaliza cuando un salto hidráulico, generado por la condición de contorno impuesta por el extremo trasero del tanque, alcanza el frente^(1,5). A partir de este momento la corriente de agua salada se desacelera y decrece en profundidad tendiendo a un régimen autosimilar en el cual el movimiento queda determinado por un balance entre la inercia de la corriente de gravedad y la fuerza de flotación conductora en el frente⁽⁷⁻¹²⁾. La longitud horizontal x_f , o posición del frente, de la corriente para esta segunda etapa es dada por:

$$x_f = \xi (g'_0 A_0)^{1/3} t^{2/3} \quad (1)$$

donde $\xi = \xi(\phi_0) \approx 1.35$ para una profundidad fraccional inicial $\phi_0 = h_0/H = 1$ ^(1,9,10), h_0 es la altura inicial del fluido denso, H es la profundidad del fluido ambiente, $A_0 = x_0 h_0$ es el volumen inicial de fluido denso por unidad de ancho del canal, o el área lateral inicial, $g'_0 = g(\rho_s - \rho)/\rho$ es la gravedad reducida, ρ_s es la densidad inicial de la solución salina, ρ es la densidad del fluido ambiente, y t es el tiempo medido desde la largada. Este tipo de comportamiento es exhibido por las soluciones de similitud de las ecuaciones de aguas poco profundas derivadas por Fannelop & Waldman⁽¹¹⁾ y Hoult⁽⁸⁾. Si Re disminuye lo suficiente, tiene lugar una tercera etapa en la cual las fuerzas viscosas gobiernan el flujo. Basados en un balance entre las fuerzas de inercia y las viscosas en una corriente de volumen fijo, Huppert⁽⁴⁾ y Marino *et al.*⁽¹³⁾ obtuvieron, y experimentalmente comprobaron, una solución autosimilar. Usando las leyes correspondientes a

los regímenes autosimilares inercial y viscoso, los valores críticos del tiempo y de la posición del frente asociados con la transición de uno a otro régimen fueron determinados^(9,10).

La parte delantera de una corriente de gravedad presenta una "cabeza" característica, más profunda que el flujo que la sigue, con una "nariz" que se proyecta una corta distancia sobre el fondo. Detrás de la cabeza fluye una capa menos profunda, llamada "cola", donde se produce relativamente poco mezclado con el fluido circundante. La interfase entre los dos fluidos en la cabeza de una corriente de gravedad es una región en la cual, aunque el mezclado es intenso, se mantiene un gradiente de densidad alto. En la mayoría de las situaciones, la cabeza es altamente inestable, y esto conduce a que el fluido de la corriente y el circundante se mezclen. Tales procesos de mezclado están gobernados por dos tipos de inestabilidad. El primero es una inestabilidad de Kelvin-Helmholtz la cual produce ondulaciones de amplitud finita que se forman detrás de la cabeza y arriba de la cola. El segundo tipo de inestabilidad, que ocurre cuando la corriente se propaga sobre una superficie no deslizante, es una inestabilidad convectiva que da lugar a numerosas protuberancias y hendiduras que continuamente cambian de forma⁽¹¹⁾.

II. CORRIENTES DE GRAVEDAD SOBRE FONDOS PERMEABLES: ANTECEDENTES

Entre las muchas e importantes situaciones donde las corrientes de gravedad (CG de aquí en adelante) fluyen sobre medios porosos (MP de aquí en adelante) con una consecuente pérdida de masa, podemos citar como ejemplo aquél que concierne al movimiento de las ondas oceánicas internas cuando llegan a la corteza continental, donde la onda toma la forma de una CG sobre el lecho^(14,16). Otro ejemplo es el derrame (o escape) accidental de un líquido (o gas) tóxico, inflamable o explosivo almacenado en un contenedor limitado por un MP (arena, grava, etc.). Como ocurre en general, en estos ejemplos el MP está constituido de varias capas con diferentes valores de permeabilidad. El aspecto práctico más importante es la determinación de la masa absorbida por el lecho poroso, y la máxima distancia que la corriente viaja antes de detenerse⁽¹⁷⁾. El conocimiento de esta longitud, así como la determinación de la etapa en la cual la dilución del fluido en el medio circundante ha descendido por debajo del valor umbral para entrar en ignición, resultarían sumamente útiles para cálculos de seguridad concernientes a evitar un posible incendio o la contaminación del medio ambiente.

En la bibliografía disponible es posible encontrar numerosos estudios numéricos y analíticos de CG con incremento de masa, que podrían estar relacionados con el problema estudiado aquí. Un importante caso de CG con masa variable es el ofrecido por las *corrientes de gravedad sedimentarias*^(18,1). Las *corrientes de turbidez* constituyen una clase de flujo de gravedad sedimentario en el cual el exceso de densidad deriva de la presencia de partículas dispersadas a través de todo el flujo y en el cual las partículas son mantenidas en suspensión por la turbulencia

generada por el flujo promedio. Estas corrientes presentan algunas analogías con las CG sobre MP, en particular si la entrada de sedimento desde el lecho es considerada despreciable. Una comparación extensa entre los resultados obtenidos para CG desarrolladas sobre substratos porosos delgados y las corrientes de turbidez con pérdida de masa fue realizada por Thomas *et al*⁽¹⁹⁾.

Hasta el presente, sólo unos pocos estudios experimentales relacionados con las CG sobre MP fueron reportados. Fannelop & Zumsteg⁽¹⁷⁾ investigaron el derrame de gases pesados sobre una superficie con cavidades las cuales eran simplemente regiones abiertas entre tabiques poco espaciados sobre el fondo de un canal bidimensional. Lionet & Quoy⁽²⁰⁾ realizaron experimentos preliminares derramando agua salada sobre una superficie permeable constituida por dos grillas metálicas superpuestas a una dada altura del fondo de un tanque de sección rectangular lleno con agua común. Ellos midieron las posiciones del frente, encontraron un decrecimiento parabólico con el tiempo, y propusieron y resolvieron numéricamente algunos modelos integrales sencillos para explicar la evolución del frente observada. Thomas *et al*⁽¹⁹⁾ siguieron trabajando en el mismo problema y encontraron que la masa M de la corriente decrece exponencialmente con el tiempo con una constante de decaimiento τ que es esencial para comprender la conducta global de la CG; propusieron un modelo sencillo para determinar la masa perdida de fluido denso, la velocidad del frente y la profundidad de la cabeza. Este modelo indica que las evoluciones del perfil de altura y de la posición del frente juegan un papel secundario en la determinación de $M(t)$. En el presente trabajo estudiamos las corrientes sobre un lecho poroso de espesor no despreciable constituido de pequeñas esferas de vidrio, lo cual constituye un primer paso para el estudio de las CG sobre fondos porosos realistas como arena, grava, etc. A continuación se describen los experimentos y luego se presentan los resultados. Finalmente, el lector encontrará una discusión sobre algunas consideraciones teóricas necesarias para describir el fenómeno estudiado.

III. LOS EXPERIMENTOS

Las CG fueron generadas en un tanque de 230 cm de largo, 15.2 cm de ancho y 60 cm de alto, con paredes laterales de acrílico transparente que facilitan la observación. Sobre un lado del tanque se dispone un panel de tubos fluorescentes detrás de una pantalla difusora de luz de modo de proveer un fondo uniformemente iluminado. Cada experimento es filmado por una videocámara fija, colocada a 300 cm de una pared lateral del tanque y simultáneamente las imágenes adquiridas son también digitalizadas en tiempo real y almacenadas en una computadora personal.

Como puede verse en la Fig. 1, el fluido denso se halla contenido inicialmente en un receptáculo limitado por dos compuertas verticales de acrílico: una posterior que permanece fija durante cada experimento, y otra colocada a una distancia x_0 de ella, donde comienza el fondo permeable. El resto del tanque se llena con agua común hasta una profundidad H sobre el lecho poroso, de

profundidad $L = 22$ cm y constituido de pequeñas esferas de vidrio de 0.3 cm de diámetro, contenido en una canasta de paredes de acrílico transparente y fondo grillado. Con el fin de limitar la interacción entre la CG y el agua contenida en los poros, hecho que puede afectar la dinámica del flujo que se quiere estudiar, se dejó un canal de 7.5 cm de altura debajo de la grilla lleno de agua común. Además, la canasta se construyó de modo tal que no llega al extremo del tanque opuesto al de largada sino que finaliza 10 cm antes. Este espacio constituye una especie de chimenea por donde puede fluir el fluido ambiente empujado por el avance de agua salada en el interior del MP.

La permeabilidad k del MP se midió implementando experiencias específicas con un aparato diseñado para ese fin. La porosidad P se calculó midiendo el peso de varios recipientes llenos con las bolillas de vidrio que conforman el MP antes y después de saturarlo con agua. Ambos tipos de experiencias fueron repetidas varias veces renovando el MP en cada una de ellas y disponiéndolo cada vez en la misma forma que se lo hizo cuando se llenó la canasta de acrílico. Los valores obtenidos: $k = 7 \times 10^{-5}$ cm² y $P = 0.365$ resultaron muy reproducibles y coincidentes con los valores calculados a partir de las fórmulas usuales provistas por la bibliografía (21,22)

El fluido denso es agua con una cantidad conocida de sal disuelta para crear una diferencia de densidad $\Delta\rho = (\rho_s - \rho)$ y colorante para proveer una clara visualización del flujo. El experimento comienza cuando la compuerta delantera es removida rápidamente, dejando fluir la corriente de agua salada sobre la parte superior del lecho poroso. Una serie de líneas equiespaciadas impresas sobre la pared lateral del tanque enfrentada a la cámara nos permite determinar la posición del frente x_f (medida desde la pared trasera del receptáculo) en función del tiempo. Los experimentos se llevaron a cabo variando la

distancia entre las compuertas, o longitud inicial, x_0 (10, 15 y 24.5 cm), la diferencia relativa de densidad $\Delta\rho/\rho$ (0.5, 1, 5 y 10 %) y la altura inicial del fluido denso $h_0 = H = 10, 15$ y 20 cm. Otras experiencias con $h_0 \neq H$, es decir $\phi_0 \neq 1$, fueron realizadas pero sus resultados no son incluidos en el presente trabajo.

La evolución de la distribución de densidad en la corriente y de la cantidad de masa perdida fueron determinadas procesando digitalmente las imágenes recogidas en tiempo real con el software *DigImage* (6, 23, 24). La atenuación de la luz proveniente desde atrás del tanque, debido a la presencia de colorante en el agua salada, nos permite determinar la concentración promedio de colorante transversalmente a la corriente y con ella la densidad promedio en la misma dirección. Integrando la distribución de densidad calculamos la masa de agua salada presente sobre el medio poroso para distintos tiempos. Este procesamiento también nos permite determinar la evolución de la altura de la cabeza de la corriente, $h_b(t)$, y los contornos de iso-densidad.

IV. RESULTADOS

Observamos que las CG desarrolladas sobre el particular MP usado en este trabajo presentan gran similitud con aquellas observadas sobre piso sólido. Es notoria en su parte delantera una cabeza con una prominente nariz, ligeramente más profunda que el resto del flujo que la sigue formando la cola. A diferencia de lo que ocurre cuando estas corrientes se desarrollan sobre una superficie porosa delgada (18), la cola es larga y su perfil de altura decrece muy lentamente con la distancia. Las inestabilidades típicas de las corrientes inerciales están también presentes, generando las características protuberancias y hendiduras en la zona del frente y ondulaciones detrás de la cabeza sobre la cola de la corriente.

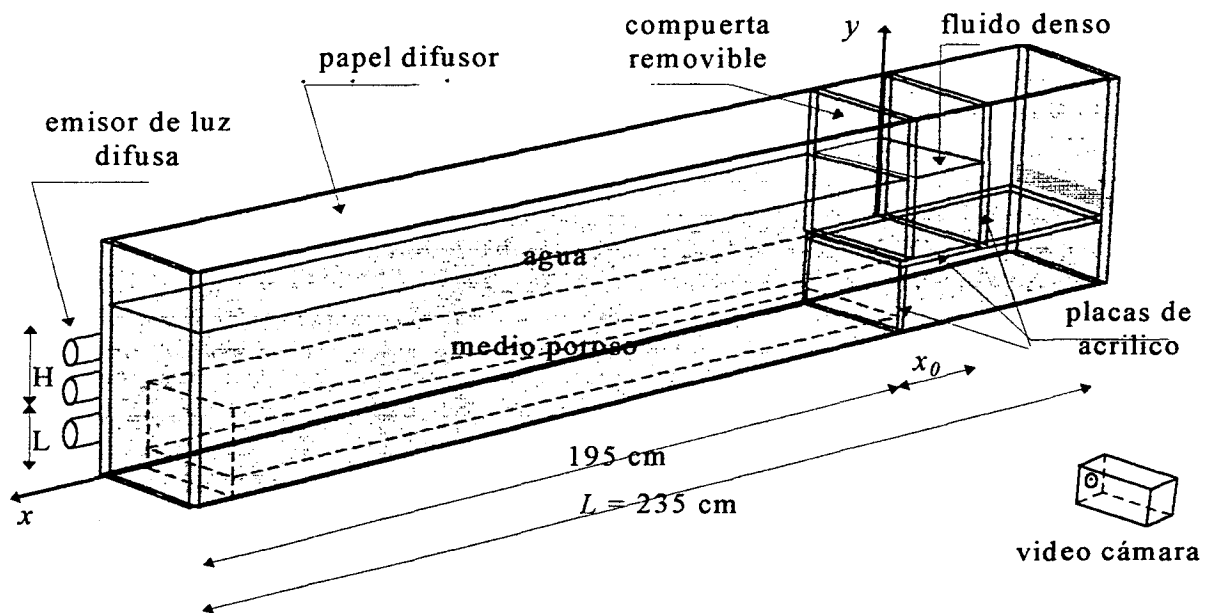


Figura 1: Esquema de la disposición experimental.

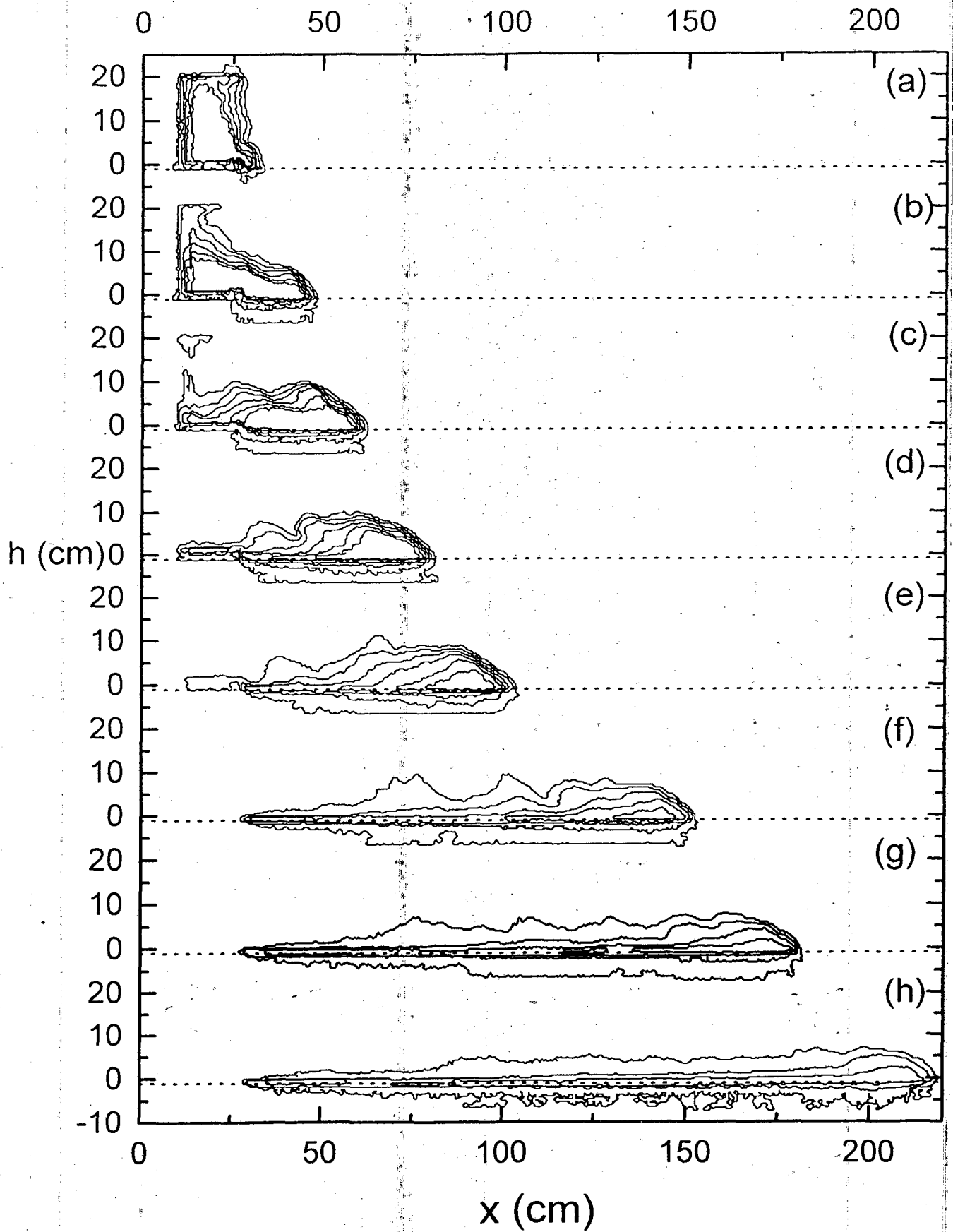


Figura 2: Evolución de los contornos de iso-densidad obtenidos para una experiencia donde $x_0 = 15$ cm, $h_0 = H = 20$ cm, $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $\phi = 1$ a a) $t = 0.33$, b) 1.29, c) 2.25, d) 3.57, e) 5.17, f) 9.0s, g) 11.66 y h) 15.51 s.

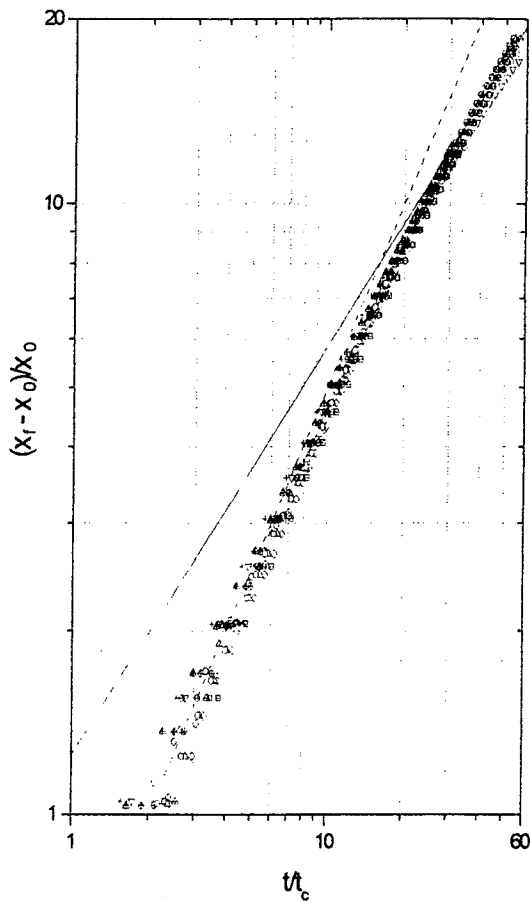


Figura 3: Posición del frente en unidades de la longitud inicial x_0 en función del tiempo expresado en unidades del tiempo característico de la etapa inicial, para experimentos con diferentes x_0 y g' . Dos etapas pueden ser claramente visualizadas, las que están descritas por las leyes de potencia $(x_f - x_0)/x_0 = 0.5 t/t_c$ (línea de trazos), y $(x_f - x_0)/x_0 = 1.25 t/t_c^{2/3}$ (línea llena). Los símbolos corresponden a los siguientes experimentos: ○: $\Delta\rho/\rho = 10\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◐: $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◑: $\Delta\rho/\rho = 1\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◒: $\Delta\rho/\rho = 1\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◓: $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◔: $\Delta\rho/\rho = 10\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 15$ cm; ◕: $\Delta\rho/\rho = 1\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 24.5$ cm; ◖: $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 24.5$ cm; ◗: $\Delta\rho/\rho = 10\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 24.5$ cm; ◘: $\Delta\rho/\rho = 1\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◙: $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◚: $\Delta\rho/\rho = 10\%$, $h_0 = 10$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◛: $\Delta\rho/\rho = 0.5\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◜: $\Delta\rho/\rho = 1\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◝: $\Delta\rho/\rho = 5\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 10$ cm; ◞: $\Delta\rho/\rho = 10\%$, $h_0 = 20$ cm, $x_0 = 10$ cm

En la Fig. 2 mostramos los contornos de iso-densidad asociados a un mezclado del fluido denso con el fluido ambiente muy fuerte (curva más exterior), moderado (curvas intermedias) o ligero (curva más interna). En la Fig. 2(a) observamos los contornos inmediatamente después de que la compuerta es levantada. La Fig. 2(b) muestra que en el interior de la zona ocupada inicialmente por el fluido denso, donde se aprecia bastante fluido mezclado generado en la remoción rápida de la compuerta, y sobre una pequeña zona sobre el MP, la

mayor parte del agua salada está altamente concentrada al tiempo que una CG comienza a formarse. A este tiempo ya se detecta (de los cálculos de la masa de la corriente mostrados más adelante) la pérdida de una pequeña cantidad de agua salada. El fluido denso sigue adelante perdiendo más masa hacia el MP y el mezclado con el fluido ambiente aumenta a medida que la corriente avanza. No obstante, detrás de la cabeza, se encuentra presente una capa poco profunda de fluido denso (Figs. 2(g) y 2(h)).

La similitud con las CG sobre piso sólido es puesta de manifiesto en la Fig. 3 donde mostramos la evolución de la posición del frente adimensionalizado con x_0 en función del tiempo adimensionalizado con el tiempo característico de la etapa inicial $t_c = x_0/(g'_0 h_0)^{1/2}$, incluyendo g'_0 y A_0 en las escalas espacial y temporal también en la etapa inercial o autosimilar. De hecho, la ec. (1) puede ser escrita como:

$$\frac{x_f}{x_0} = \xi \left(\frac{t}{t_c} \right)^{2/3}$$

Los puntos experimentales muestran un apartamiento sistemático de la recta t/t_c debido a la influencia de las condiciones e inestabilidades iniciales, pero la conducta global es esencialmente la misma para todas las corrientes generadas. Observamos las dos primeras etapas presentadas por una corriente generada bajo las mismas condiciones sobre fondo impermeable: una etapa inicial donde las condiciones iniciales son importantes (recta con pendiente 1) y una posterior etapa autosimilar (recta con pendiente 2/3) que comienza a desarrollarse cuando $x_f \approx 9x_0$. Esto pone de manifiesto que el substrato poroso utilizado modifica sólo ligeramente la dinámica de las corrientes estudiadas, o bien el parámetro x_f es insensible a la pérdida de masa.

Desviaciones más notorias tienen lugar cuando las CG se desarrollan sobre substratos con valores de permeabilidad más altos que el utilizado en este trabajo como es el caso de las grillas metálicas empleadas por Thomas *et al* ⁽¹⁹⁾. En ellas la velocidad del frente no es constante durante la etapa inicial, no existe una segunda etapa autosimilar y su conducta recuerda aquella de los flujos de gravedad conducidos por una disminución de partículas disueltas, en los que la longitud de la corriente aumenta más lentamente a medida que g' aumenta, y cuando el tamaño de las partículas suspendidas o la masa de sedimento va en aumento ⁽²⁵⁾.

De acuerdo al comportamiento observado en la Fig. 3 no hay evidencia alguna de la presencia de una etapa viscosa, como efectivamente lo hace evidente el cálculo de Re en la cabeza de la corriente el que, para corrientes cuya dinámica es la de las estudiadas aquí, es dado por:

$$Re = \frac{u_f h_h}{\nu}$$

donde: $u_f = \frac{dx_f}{dt}$. Para todos los experimentos realizados y en todo el rango por ellos abarcado, Re nunca alcanza el valor crítico ($Re_{critico} \leq 300$) ^(19, 25), como se hace evidente en la Fig. 4.

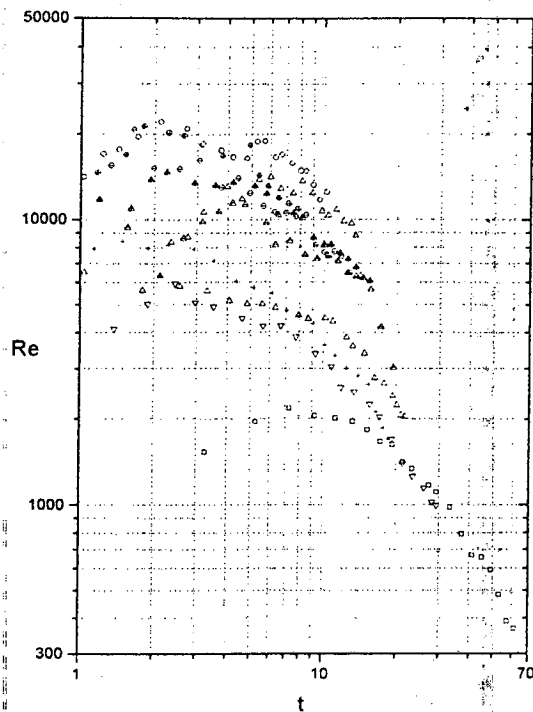


Figura 4: Evolución del número de Reynolds con el tiempo, para diferentes g'_0 y x_0 , en una curva log-log. Los símbolos corresponden a los mismos experimentos reportados en Fig. 3.

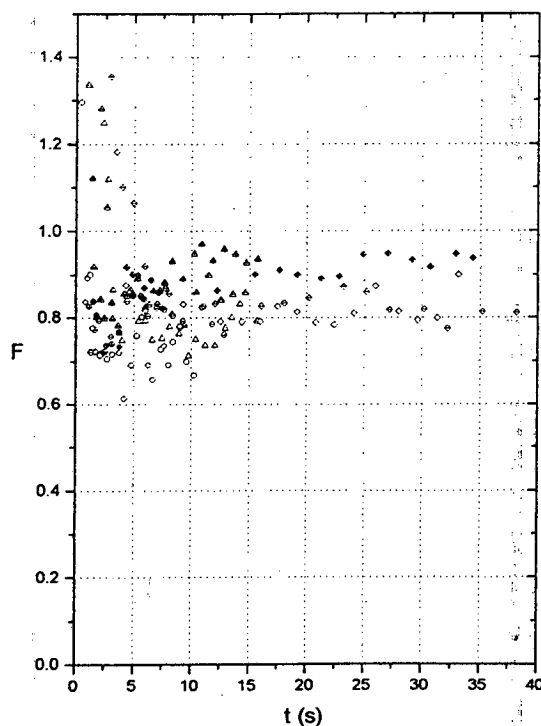


Figura 5: Evolución del número de Froude con el tiempo, para diferentes g'_0 y x_0 . Los símbolos corresponden a los mismos experimentos reportados en Fig. 3.

El número de Froude F en la cabeza está dado por:

$$F = \frac{v_f}{\sqrt{g'h_h}}$$

donde es:

$$g' = g_0 \frac{C(t)}{C_0}$$

siendo C_0 : la concentración inicial de colorante adicionado al fluido denso (valor de calibración del *DigImage*) e igual a $0.00026 \text{ cm}^3/\text{l}$. Como consecuencia del mezclado con el fluido ambiente la concentración del fluido denso varía con el tiempo y debemos considerar $C = C(t)$. Así calculado, F resulta ser constante y aproximadamente igual a 0.85 (Fig. 5). Esta aproximación concuerda con los resultados de CG sobre piso sólido cuyos parámetros característicos tienen valores análogos^(3,9,26-27) y, por lo tanto, resulta razonable para determinar las constantes de las leyes autosimilares

La Fig. 6 muestra el cociente entre la masa por ancho unitario de agua salada que en el tiempo t se encuentra sobre el lecho poroso, y la masa total derramada, $M_{ad}(t) = M(t/M_0)$, para diferentes valores de g'_0 y volúmenes iniciales. La evolución de M_{ad} puede ser bien reproducida por curvas decrecientes cuyos tiempos de decaimiento dependen de g'_0 y A_0 .

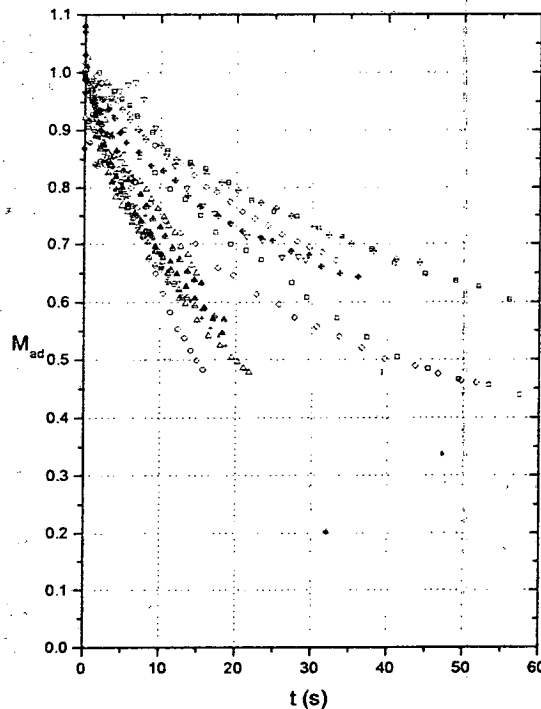


Figura 6. Evolución de la masa de fluido denso por ancho unitario del canal, adimensionalizada con el valor inicial derramado, $M_{ad}(t)$, para experimentos que combinan diferentes g'_0 y x_0 . Los símbolos corresponden a los mismos experimentos reportados en Fig. 3.

V. Análisis de los resultados

Los resultados experimentales provenientes de las CG desarrolladas sobre el MP utilizado aquí pueden ser resumidos como sigue:

1) En todo el rango de trabajo, la posición del frente evoluciona en forma análoga a como lo hacen las

corrientes sobre fondos impermeables. Las etapas inicial y autosimilar están presentes, y las mismas dependencias temporales son obtenidas, es decir $x_f \propto t/t_c$ y $x_f \propto (t/t_c)^{2/3}$, respectivamente. Esto sugiere que la pérdida de masa no desempeña un papel significativo durante la evolución de la CG como para modificar su dinámica. Como consecuencia, la evolución del frente resulta ser un parámetro insensible para compararlo con los resultados de cualquier modelo.

2) La masa adimensionalizada $M(t)$, equivalente al área lateral $A(t)$ de la CG, medida usando el software *Dig/Image*, depende de A_0 y g' .

Con el fin de encontrar las principales leyes que intervienen en nuestro problema, debemos encarar los siguientes dos aspectos del mismo:

1. Flujo sobre el medio poroso

En primer lugar, buscamos una solución independiente de las condiciones iniciales, es decir una solución que sea válida durante un tiempo mucho más grande que el tiempo característico asociado con ellas. Así, los parámetros característicos son: A_0 , g' , y al menos algún otro relacionado con el flujo en el MP. Lamentablemente, el análisis dimensional no es suficiente para determinar cómo estos parámetros se combinan para dar las leyes de escala del problema.

Si tomamos en cuenta que el flujo a través de las bolillas reduce lentamente la masa total inicial, podemos esperar que la solución autosimilar que describe la evolución de una CG sobre un fondo impermeable, también describa la evolución de una CG sobre un fondo poroso pero en función de $A(t)$ en lugar del valor fijo A_0 . Proponemos describir el flujo instante a instante por medio de miembros de una familia de soluciones autosimilares tal como en una sucesión de estados de equilibrio describe una evolución de cuasi-equilibrio, en la que cada miembro es la solución correspondiente a los valores instantáneos de los parámetros. Este tratamiento, que recibe el nombre de *evolución cuasi-autosimilar*, fue aplicado exitosamente por Gratton *et al* ⁽²⁸⁾ al estudio del derrame de pequeñas gotas.

En efecto, para cada estado caracterizado por un dado valor de A el sistema físico tiende a un régimen autosimilar que es estable si el tiempo de evolución es mucho más grande que el tiempo característico de cada configuración considerada como inicial. Si un cambio significativo de $A(t)$ tiene lugar en un tiempo mayor que este tiempo característico, la solución autosimilar con el valor instantáneo de $A(t)$ debería ser una buena aproximación de la solución real. En el presente tratamiento esto significa que el exceso de presión p_1 en el contorno 1 de la Fig. 7 (zona donde la CG está en contacto con el MP) es dado por las fórmulas correspondientes a una CG que corre sobre un piso impermeable. Si usamos el modelo integral para describir a la CG, la presión p_1 resulta uniforme. Parece razonable suponer que hay una presión hidrostática en el contorno 2 (zona del MP en contacto con el fluido ambiente, delante de la corriente). Por otra parte, cálculos realizados

confirman que la presión en el contorno 3 (superficie límite inferior del MP) es también uniforme.

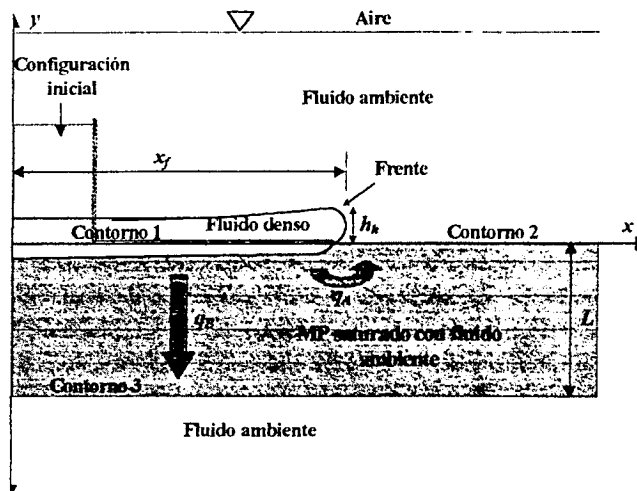


Figura 7. Este esquema muestra la dirección de los flujos presentes y la disposición de los fluidos.

2. Flujo en el interior del medio poroso

Las condiciones de contorno mencionadas más arriba son responsables de dos flujos del fluido denso en el interior del MP. Uno de ellos, el flujo A (ver Fig. 7), tiene lugar entre los contornos 1 y 2, y presenta una significativa componente horizontal de velocidad. El flujo B ocurre entre los contornos 1 y 3, y es de esperar que sea principalmente vertical cuando $x_f \gg L$. Para calcular el flujo volumétrico vertical por unidad de área a través del MP usamos la Ley de Darcy ^(20, 21) en la forma:

$$\vec{q} = -\frac{k}{\nu\rho} \left(\vec{\nabla} p - \rho \vec{g} \right)$$

donde q tiene unidades de velocidad y se conoce con el nombre de *velocidad de Darcy*. Esta ley es válida siempre que ciertas condiciones sean satisfechas; en particular, si d es alguna longitud característica de la matriz porosa tal como el diámetro de las bolillas o el diámetro medio de los poros, d debe ser pequeña frente a otras dimensiones características del flujo. Otra condición importante es que el número de Reynolds para el flujo en el MP, definido como $Re^* = qd/\nu$, donde q es el caudal por unidad de área, sea inferior a 1-10. Por otro lado, sabemos que un flujo no estacionario puede ser tratado como una sucesión de estados estacionarios con la Ley de Darcy cuando la distribución de presión en el interior del MP se ajusta a las condiciones de contorno cambiantes instante a instante. Esto significa que el tiempo de propagación de una perturbación de la presión en el fluido dentro del MP es mucho menor que cualquier tiempo característico relacionado con la variación de las condiciones de contorno. Esta condición es satisfecha en el flujo global debido a la alta velocidad del sonido en el agua (≈ 1500 m/s). Por otra parte, estas condiciones no son cumplidas en la región del MP próxima al frente de la CG. Notemos, sin embargo, que la región donde la ley de Darcy no vale es en general mucho más pequeña que la extensión x_f de la

corriente, y entonces no es necesario realizar un tratamiento detallado del flujo para encontrar su evolución principal.

Solución numérica en el interior del MP. El flujo completo en el MP puede ser fácilmente calculado bajo ciertas hipótesis restringidas. De hecho, como el líquido que ocupa los poros puede ser considerado como incompresible ($\text{div } \mathbf{q} = 0$), la ley de Darcy sugiere un problema de potencial en dos dimensiones, $\nabla^2 p = 0$, que depende de la posición de la interface entre el líquido ambiente y el más denso dentro del MP. En nuestro caso no hay una diferencia significativa entre las densidades de estos líquidos, así que podríamos considerar el flujo de un fluido único y uniforme como una primera aproximación del flujo real. Establecemos la condición de contorno para el exceso de presión p (sobre la presión hidrostática) como igual a p_1 para $0 < x < x_f$, 0 para $x > x_f$ en el límite superior del MP y también 0 para $0 < x < x_f$ en el contorno inferior del MP.

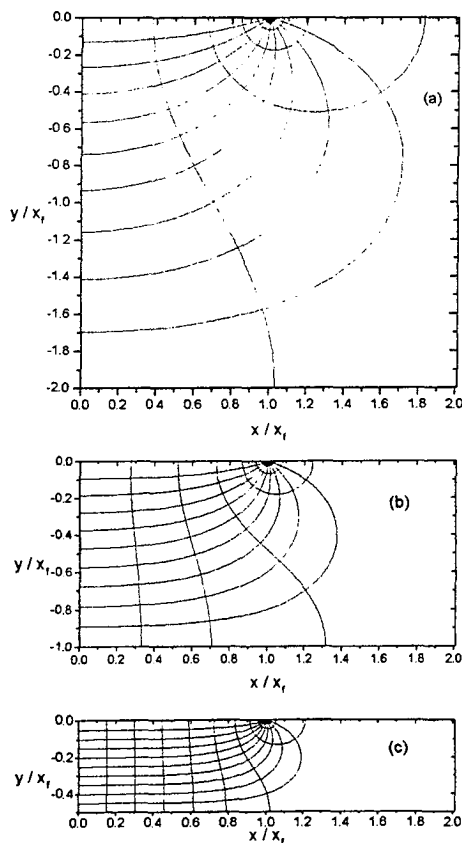


Figura 8. Funciones presión p y corriente ψ para x_f/L igual a a) 0.5, b) 1 y c) 2.

Podemos resolver este problema usando métodos matemáticos bien conocidos o software standard. Elegimos resolver la ecuación para p por medio de soluciones separables en coordenadas cartesianas, y encontramos el campo de presión y su función conjugada, la función corriente ψ , en el interior del MP. La Fig. 8

muestra las líneas de igual valor de las funciones p y ψ para tres valores de $x_f/L = 0.5, 1$ y 2 . Notar que la presencia del flujo A es evidente cerca del frente en los tres casos, lo cual da líneas de corriente casi circulares concéntricas cerca del frente. El flujo B es más visible en la figura 8(c) dando líneas de corriente casi verticales en la mayor parte de la corriente.

Estamos interesados en la solución analítica que provee el flujo desarrollado en la parte superior del MP. El flujo total Q de fluido denso que penetra el lecho de bolillas de vidrio desde $x = 0$ hasta algún $X < x_f$ se obtiene por integración, es decir $Q = \int_0^X q dx$. En esta aproximación

$Q(X) \rightarrow \infty$ cuando $X \rightarrow x_f$. Por lo tanto, $Q(x)$ tiene sentido físico sólo si integramos hasta $x < x_f$. Un problema adicional resulta del hecho que $Q(x)$ debe integrarse numéricamente, y entonces no puede ser asociado en forma analítica con la evolución de la CG. Si bien esta solución numérica nos da una buena idea del flujo en el MP, es deseable obtener también las leyes de escala del problema.

Estimación de la masa perdida por la CG. El flujo A es originado por la distribución de presión en la parte superior del MP y domina en una región cercana al frente de la corriente. Aquí, el efecto de la gravedad sobre el flujo en el MP es despreciable, puesto que los contornos 1 y 2 se encuentran a un mismo nivel. Como vimos anteriormente, la elección de una escala espacial adecuada en la zona del frente evita que el flujo total que ingresa al MP sea infinito. Esta escala espacial es esencial (y crítica) para los cálculos. Puesto que la cabeza de la corriente está definida en una zona que es del orden de su altura $h_h \approx h$, podemos suponer que las escalas espaciales horizontales donde la presión varía están dadas por $h(t)$. Suponiendo que la ley de Darcy es válida allí, que $h(t)$ está dado por la solución autosimilar de las CG sobre fondos impermeables^(1,4,13), y que el caudal de fluido denso en el MP es importante sólo en una región de longitud horizontal $h(t)$, estimamos el orden de magnitud de este flujo como sigue:

$$q_A \approx \frac{k}{\nu \rho} \left(\frac{\Delta p}{h} \right) = v_p$$

donde $v_p = kg'/\nu$ es la velocidad característica del flujo en el MP, conocida como *conductividad hidráulica* en los estudios de aguas subterráneas cuando $g' \equiv g$. Luego,

$$Q_A \approx q_A h = \frac{k}{\nu} \left(\frac{2}{3F} g' A \right)^{2/3} t^{-2/3},$$

Si el flujo A es dominante, la conservación de la masa sugiere que

$$-\frac{dA}{dt} = Q_A.$$

Resolviendo esta ecuación diferencial, encontramos

$$\frac{A(t)}{A_0} = 1 - \left(\frac{t}{t_A} \right)^{1/3}$$

donde el tiempo característico $t_{\Lambda} = \left(\frac{3F}{2}\right)^2 \left(\frac{v}{k}\right)^3 \left(\frac{\Lambda_0}{g'^2}\right)$

resulta ser mucho más grande que el tiempo sugerido por los experimentos. Como consecuencia, concluimos que el flujo A no afecta directamente y en modo apreciable la dinámica de las CG estudiadas aquí.

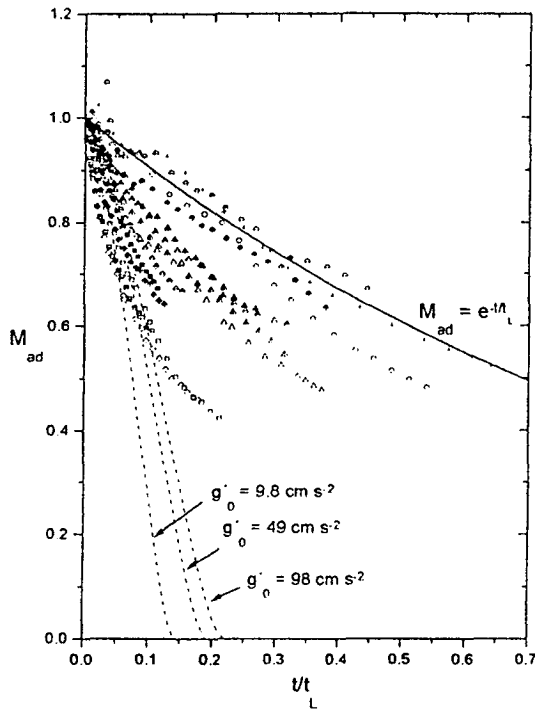


Figura 9. Los símbolos corresponden a los mismos experimentos reportados en la Fig. 3 y describen la evolución de la masa, adimensionalizada con la masa inicial de fluido denso derramado, M_{ad} , que permanece sobre el MP en función del tiempo adimensionalizado con t_1 . Se incluyen las curvas que representan los casos límites de la ec. (2) mencionados en el texto. Las líneas de trazos corresponden a leyes encontradas usando un valor de A_0 promedio.

El flujo B es ocasionado por la diferencia de presión entre los contornos superior e inferior del MP. Este flujo domina en la parte trasera de la CG, y la ley de Darcy unidimensional nos da el flujo volumétrico por unidad de área hacia abajo:

$$q_B = \frac{k}{\rho v} \left(\frac{p_1}{L} + \rho g' \right) = v_p \left(\frac{h}{L} + 1 \right) \quad (2)$$

Si el flujo B domina en todo el contorno 1, $Q_B = q_B x_f$. De la conservación de la masa

$$-\frac{dA}{dt} = Q_B = x_f v_p \left(\frac{h}{L} + 1 \right) \quad (3)$$

y del hecho que $h(t)$ y $x_f(t)$ evolucionan en forma autosimilar, encontramos otra ecuación diferencial:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{A}{\Lambda_0} \right) + \frac{1}{t_1} \left(\frac{A}{\Lambda_0} \right) + \frac{t^{2/3}}{t_s^{5/3}} \left(\frac{A}{\Lambda_0} \right)^{1/3} = 0$$

con dos tiempos característicos. Uno de ellos proviene del gradiente de presión externo (es decir, del término h/L de la ec. (2))

$$t_1 = \frac{L}{v_p} = \frac{L v}{k g'}$$

y no depende de Λ_0 , y el otro

$$t_s = \left(\frac{2}{3F} \right)^{2/5} \left(\frac{v}{k} \right)^{3/5} \left(\frac{\Lambda_0}{g'^2} \right)^{2/5}$$

proviene de considerar el peso del líquido denso en el MP (es decir, el número 1 en la ec. (2)). Considerando cada término del segundo miembro de la ecuación (2) por separado, obtenemos dos casos analíticos límites. Si el primer término domina (es decir, $p_1/L \gg \rho g'$), la evolución de $A(t)/A_0 = \Lambda_{ad}(t)$ es una función exponencial decreciente con un tiempo de decaimiento t_1 , constituyendo una dependencia análoga a la encontrada para las CG sobre una superficie porosa delgada⁽¹⁹⁾ (línea llena en Fig. 9). Por el contrario, si el segundo término domina (es decir, $\rho g' \gg p_1/L$) obtenemos una ley diferente que contiene leyes de potencia en el tiempo (líneas de trazos en la Fig. 9), las cuales varían con g'_0 y Λ_0 .

La Fig. 9 muestra los puntos experimentales provenientes de los mismos experimentos mostrados en la Fig. 6 pero ahora la masa presente sobre el MP, M_{ad} , se grafica en función de t/t_1 . La solución numérica de la ec. (3) con todos sus términos es una curva que prácticamente coincide con la curva límite inferior y no se incluye por claridad. La Fig. 9 sugiere que la descripción general del problema presentada es correcta pero también es claro que la descripción del flujo en el interior del MP debe ser mejorada. En particular, el término originado por el peso del líquido denso debería ser reducido. Un camino posible para mejorar el modelo es aquel que consiste en considerar la densidad promedio de un canal vertical desde la parte superior a la inferior del MP. De hecho, el líquido denso empuja al menos denso y ambos se mueven en el interior del MP. El peso equivalente resultante no debería estar dado por la densidad del fluido ambiente o del fluido denso por separado sino por un valor promedio de las densidades de ambos líquidos en la columna. En este caso, la ec. (2) estaría dada por la expresión:

$$q = v_p \left(\frac{h}{L} + \frac{s}{L} \right)$$

donde s es la distancia que ha avanzado verticalmente el frente en el MP medida desde el límite superior. Sin embargo, ésta no parece ser la corrección buscada porque resulta ser demasiado pequeña.

Pensamos que la ec. (2) es válida localmente, y por lo tanto no podría ser aplicada cuando calculamos el flujo completo. La expresión constituye, en consecuencia, una aproximación válida para una porción aislada de fluido, y quizás para todo el flujo poroso en los primeros momentos de la evolución de la CG. Este caso está sugiriendo que la pérdida de masa de la CG es

principalmente debida al peso del fluido denso en el MP ($h/L \ll 1$). Para tiempos grandes, los resultados experimentales sugieren que el peso efectivo considerado en la ley de Darcy decrece, probablemente debido al aumento de la extensión del fluido menos denso en movimiento o al crecimiento de las inestabilidades (*fingering*) en la interfase entre el fluido denso y el liquido ambiente en el MP.

VI. RESUMEN

La influencia de un medio poroso profundo sobre corrientes de gravedad inerciales planas fue investigada a través de experimentos en los que se varía el volumen inicial de fluido denso derramado, y la diferencia relativa de densidades entre los fluidos usados. De los muchos aspectos que merecen ser estudiados, hemos concentrado nuestra atención a describir globalmente la conducta de las corrientes de gravedad sobre medios porosos.

Los resultados indican que la evolución del área lateral A es un buen parámetro para verificar modelos analíticos pero, a la vez, la obtención de una ley sencilla que lo reproduzca no es un hecho simple. Por lo tanto, creemos que el análisis teórico aquí presentado constituye un primer paso hacia una solución más compleja, que debe obtenerse tomando en cuenta otros fenómenos que ocurren en el interior del MP y que seguramente están presentes en cualquier situación real tales como el mezclado entre los fluidos, inestabilidades en el MP, el fenómeno de *fingering*, etc. Esto constituirá la siguiente etapa de nuestra investigación.

Los experimentos reportados y el procesamiento de imágenes fueron realizados en el *Laboratory of Fluid Dynamics, Department of Applied Mathematics and Theoretical Physics, Universidad de Cambridge, Inglaterra*. Queremos manifestar nuestro profundo agradecimiento a quienes lo hicieron posible. También agradecemos al Dr. R. Gratton por las útiles discusiones con él mantenidas.

Referencias

1. Simpson, J. E. "Gravity currents: In the environment and the laboratory." 2nd Ed. Cambridge University Press (1997).
2. Keulegan, G. H. Nat. Bur. Stand. Rep. N° 5168 (1957).
3. Simpson, J. E. & Britter, R. E. J. Fluid Mech. 94, 477-495 (1979).
4. Huppert, H. E. J. Fluid Mech. 121, 43-58 (1982).
5. Rottman, J. W. & Simpson, J. E. J. Fluid Mech. 135, 95-110 (1983).
6. Hacker, J., Linden, P. F. & Dalziel S. B. Dyn. Atmos. Oceans 24, 183-195 (1996).
7. Fay J. A. In *Oil on the sea* (ed. D.P. Hoult), pp. 43-63. Plenum (1969).
8. Hoult D. P. Ann. Rev. Fluid Mech. 4, 341-368 (1972).
9. Huppert, H. E. & Simpson, J. E. J. Fluid Mech. 99, 785-799 (1980).
10. Grundy, R. E. & Rottman, J. W. J. Fluid Mech. 156, 39-53 (1985).
11. Fannelop, T. K. & Waldman, G. D. AIAA J. 10, 506-510 (1972).
12. Gratton, J. & Vigo, C. J. Fluids Mech. 258, 77-104 (1994).
13. Marino, B. M., Thomas, L. P., Diez, J. A. & Gratton, R. J. Coll. Int. Sci. 177, 14-30 (1996).
14. Thorpe, S.A. "Internal gravity waves", Ph. D. dissertation, University of Cambridge. UK (1966).
15. Wallace, B. C. & Wilkinson, D. L. J. Fluid Mech. 191, 419-442 (1988).
16. Boczar-Karakiewicz, B., Bona, J. L. & Pelchat, B. Continental Shelf Research 11 (8-10), 1181-1197 (1991).
17. Fannelop, T. K. & Zumsteg, F. En "Heavy gas and risk assessment, III" (ed. by Hartwig, S.), pp. 123-36. D. Reidel Publ. Co., Dordrecht (1986).
18. Middleton, G. V. Ann. Rev. Earth Planet. Sci. 21, 89-114 (1993).
19. Thomas, L.P., Marino, B.M. & Linden, P.F. J. Fluid Mech. 366, 239-258 (1998).
20. Lionet, J. & Quoy, O. Internal Report, DAMTP, University of Cambridge. Ver también en Simpson, J. E. "Gravity currents: In the environment and the laboratory" 2nd Ed. C.U.P. (1997), pp. 182-184 (1995).
21. Bear, J. Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, New York (1972).
22. Dullien, F. A. L. Porous Media. Fluid transport and pore structure. Academic, New York (1979).
23. Dalziel, S. B. Dyn. Atmos. Oceans 20, 127-153 (1993).
24. Dalziel, S. B. DigImage: System Overview. Cambridge Environmental Research Consultants, Cambridge (UK) (1995).
25. Bonncaze, R. T., Huppert, H. E. & Lister, J. R. J. Fluid Mech. 250, 339-369 (1993).
26. Benjamin, T. B. J. Fluid Mech. 31, 209-248 (1968).
27. Britter, R. E. & Simpson, J. E. J. Fluid Mech. 88, 223-240 (1978).
28. Gratton, R., Diez, J.A., Thomas, L.P., Marino, B.M. & Betelú, S. Phys. Rev. E 53, 3563-3572 (1996).

CEILAP
CITEFA - CONICET
ZUFRIATEGUI Y VARELA
1603 - VILLA MARTELLI
REPUBLICA ARGENTINA