

DETERMINACION DE LA VARIACION DE LA CONDUCTIVIDAD DEL MANTO CON LA PROFUNDIDAD A PARTIR DEL ESTUDIO DE TORMENTAS GEOMAGNETICAS

Mauricio Arreghini y Silvia Duhau

Laboratorio de Geofísica, Departamento de Física, Ciudad Universitaria, Pab I. 1428, Buenos Aires. Argentina

El perfil de conductividad del manto terrestre determinada por sondaje geomagnético y magnetotelúrico difiere del determinado *in situ* -mediante la simulación de sus condiciones en el laboratorio- llegando a ser tres ordenes de magnitud mayor en el manto inferior.

A fin de proveer evidencia adicional acerca de la estructura global de la conductividad terrestre, aplicamos un modelo de la misma al estudio de las tormentas geomagnéticas. El modelo consiste de una esfera conductora homogénea, que representa al núcleo, rodeada de dos capas concéntricas, una de conductividad variable con la profundidad, que representa al manto, y otra dieléctrica homogénea que representa las capas superiores.

Se encuentra que la señal producida en la superficie por las tormentas geomagnéticas es sensible a la distribución de conductividad del manto y que el modelo que conduce a una mejor estimación del campo inducido por las tormentas es el que incluye un manto cuyo perfil de conductividad está dentro de los rangos obtenidos *in situ*.

The variation of the Earth's mantle conductivity with depth obtained by geomagnetic deep and magnetoteluric sounding methods differs from that obtained *in situ* - by the reproduction in the laboratory of mantle conditions - reaching in the lower mantle values that are larger in three orders of magnitude.

We provide new evidence by applying a model of the Earth's conductivity to the analysis of the geomagnetic storm time variations. The model includes a conducting spherical core surrounded by two concentric layers, one which conductivity varies with depth, that represents the mantle, and an uppermost dielectrical one.

We found that these variations, as measured over the Earth's surface, are sensitive to the mantle conductivity properties; and that the model that better predicts the induced field is that which includes a mantle of conductivity of the order of the ones given by *in situ* measurements.

I. INTRODUCCION

Es bien conocido que el estudio de la inducción de campos magnéticos por variaciones geomagnéticas de origen externo permite obtener información sobre la estructura de la conductividad terrestre (ver p. e. ref. 1 y 2). A partir de un modelo de dicha conductividad podemos calcular las corrientes y campos inducidos por las variaciones en la estructura supuesta, y encontrar los parámetros que mejor ajustan el campo inducido en el modelo por la fuente externa con las observaciones. Luego, los parámetros así obtenidos son los considerados solución del problema "inverso".

La profundidad a la cual la señal externa penetra depende de las frecuencias involucradas en la misma. En particular, las tormentas geomagnéticas permiten el estudio de las capas más profundas de la Tierra. Este estudio fue realizado por varios autores, llegándose a conclusiones muy diversas^{1, 3-11}. En todos los casos se considera la geometría esférica del sistema, de los campos y de las corrientes y entonces se utiliza una esfera conductora estratificada de capas de conductividad homogénea, variable según una dependencia radial o una combinación de ambos casos.

La práctica actual es asumir que el manto terrestre es la única capa relevante al problema de la inducción producida por las tormentas geomagnéticas, puesto que se considera que la conductividad del mismo es suficientemente alta como para que cortocircuite las corrientes inducidas⁷⁻¹⁰. Sin embargo tras las evidencias de que las tormentas geomagnéticas podrían penetrar hasta el núcleo¹³, y el conocimiento que la Tierra presenta

en su interior una estructura de capas conductoras definidas^{15, 16} los autores han estudiado el fenómeno considerando dos capas conductoras homogéneas que dan cuenta del contraste de conductividades núcleo-manto, rodeadas por una dieléctrica que da cuenta de las capas superiores, incluida la corteza^{11,12}.

Si bien el manto terrestre tiene una composición homogénea, la variación de la temperatura con la profundidad conlleva a una variación continua de la conductividad de por lo menos un orden de magnitud (ver ref. 16 y citas en la misma), variación que no puede ser incluida en un modelo de capas homogéneas. Por lo tanto en el presente trabajo se estudia el fenómeno mediante un modelo que considera un manto de conductividad creciente con la profundidad, y un núcleo con conductividad homogénea cuyo valor corresponde al de su estructura primaria de hierro-níquel¹⁷.

II. MODELO UTILIZADO

El campo magnético debido a una tormenta geomagnética tiene una evolución temporal aperiódica que puede ser representado matemáticamente como la suma de términos exponenciales decrecientes y en función de armónicos esféricos en el espacio⁴⁻⁶. Debido al carácter global de una tormenta geomagnética esta simetría representa acertadamente el fenómeno de orden cero. La simetría azimutal del problema reduce los armónicos esféricos a los polinomios de Legendre:

$$\begin{aligned} e_j(t) &= 0 && \text{para } t \leq t_j \\ e(t) &= \sum_j e_j(t) && \text{para } t \geq t_j \end{aligned} \quad (1)$$

esta última con:

$$e_j(t) = \sum_s E_s (1 - e^{-\alpha_s(t-t_j)}) P_n(\cos\theta) \quad (1.1)$$

donde α_s son las constantes de decaimiento y E_s las amplitudes.

Aplicando el método de separación de las fuentes desarrollado por Gauss podemos separar del campo total medido en superficie en el campo proveniente de las fuentes externas, campo inductor, y el campo inducido visto sobre la superficie^{4,5}. Aplicando las ecuaciones de Maxwell con las hipótesis adecuadas al problema se obtiene una ecuación de difusión para el potencial vectorial magnético correspondiente a la región conductora y la de un potencial escalar magnético en la región dieléctrica y los campos y las corrientes vienen dados por la suma de términos denominados modos forzados y modos libres^{18,19}. Los primeros se caracterizan por evolucionar simultáneamente con la tormenta, es decir, con las constantes de decaimiento propias de las mismas, y los segundos con constantes de decaimiento propias del sistema. Tendremos en cuenta aquí solo los modos forzados del problema ya que como se mostró anteriormente¹² la amplitud de los modos libres se hace despreciable frente a la de los modos forzados al tomar en cuenta el núcleo con su alta conductividad.

Geometría del modelo

La geometría del modelo es la que se muestra en la figura 1, con la distribución de la conductividad, σ , dada por:

$$\begin{cases} \sigma = 0 & \text{si } \rho_m \leq \rho & \text{zona 1} \\ \sigma = \sigma_0 \rho^{-l} & \text{si } \rho_n \leq \rho \leq \rho_m & \text{zona 2} \\ \sigma = \sigma_c & \text{si } \rho \leq \rho_n & \text{zona 3} \end{cases} \quad (2)$$

con: $\rho = r/a$

donde r es la coordenada radial y a es el radio de la tierra.

Esta geometría fue introducida Rikitake⁶ y utilizada para estudiar el campo inducido en el interior de la tierra. Sin embargo no fue utilizada para estudiar la inducción de tormentas geomagnéticas observada en la superficie de la Tierra, debido a que es habitual considerar que las tormentas no penetran el núcleo^{1,4-8}. Entonces, para poder aplicarla al cálculo del campo inducido en superficie obtendremos aquí, también el campo en la región dieléctrica.

Ecuaciones

Los campos en la región conductora son:

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}; \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}; \quad \mathbf{J} = \text{ó}(\tilde{n}) \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (3)$$

donde \mathbf{E} y \mathbf{B} son los campos eléctrico y magnético

respectivamente; \mathbf{J} el vector densidad de corriente; \mathbf{A} el potencial vectorial magnético y $\sigma(\rho)$ esta dada por (2).

Dadas las bajas frecuencias involucradas ($< 10^{-2} \text{ s}^{-1}$) puede suponerse:

1. Ausencia de cargas libres

2. Aproximación cuasi - estacionaria

Se supone además:

3. Medios lineales isótropos y homogéneos.

Con estas aproximaciones las ecuaciones de Maxwell en la región conductora conducen a una ecuación de difusión para el potencial vectorial magnético

$$\left(\nabla^2 - 4\pi \sigma(\rho) \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{A} \quad (4)$$

La solución general de esta ecuación es:

$$\mathbf{A} = a f_n(\rho, t) (\mathbf{r} \times \nabla P_n(\cos\theta)) \quad (5)$$

con:

$$f_n(\rho, t) = f_n(\rho) e^{-at} \quad (5.1)$$

donde

$$f_n(\rho) = \rho^{-\frac{1}{2}} [C_2 K_\nu(z) + D_2 I_\nu(z)] \quad \text{región 2} \quad (5.1.1)$$

$$f_n(\rho) = \rho^{-n} C_3 F_n(\rho) \quad \text{región 3} \quad (5.1.2)$$

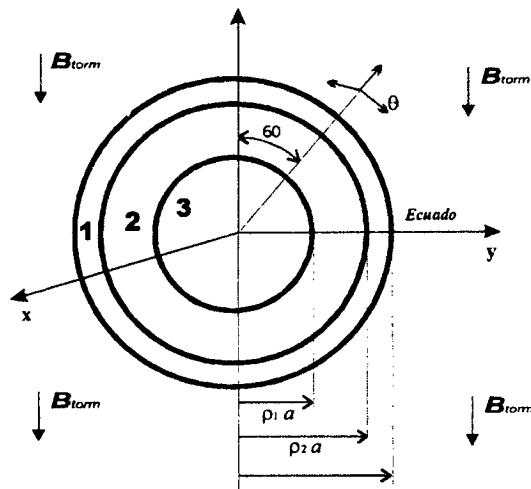


Figura 1. Geometría del sistema utilizado para representar la conductividad eléctrica de la tierra en la predicción de la producida por una tormenta geomagnética

En la región dieléctrica el campo puede ser expresado como el gradiente de un potencial escalar magnético. Dada la simetría azimutal del problema dicho potencial se expresa como una expansión en Polinomios de Legendre:

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} a [E_n \rho^n + I_n \rho^{-(n+1)}] e^{-at} P_n(\cos\theta) \quad (6)$$

Conocido el campo magnético externo se determina el coeficiente E_n , y resolviendo las condiciones de contorno se determina I_n .

Condiciones de contorno

Considerando la hipótesis de ausencia de cargas libres habrá continuidad en las componentes de los campos en cada interfase del sistema. Estas condiciones de contorno nos permiten obtener el siguiente sistema de ecuaciones:

$$n(n+1)\rho^{-1/2}[C_2K_{u,1} + D_2I_{u,1}] = nE_n\rho_1^n - (n+1)I_n\rho_1^{-(n+1)}$$

$$\rho^{-3/2}[C_2K_{u,1} + D_2I_{u,1}] + C_2\left[-(n+1)\rho_1^{-3/2}K_{u,1} + \frac{(2n+1)}{2}\left(\frac{z_1}{\rho_1}\right)^{-3/2}K_{u+1,1}\right]$$

$$D_2\left[-(n+1)\rho_1^{-3/2}I_{u,1} - \frac{(2n+1)}{2}\left(\frac{z_1}{\rho_1}\right)^{-3/2}I_{u+1,1}\right] = E_n\rho_1^{n-1} + I_n\rho_1^{-(n+1)}$$

$$C_2K_{u,2} + D_2I_{u,2} = C_3\rho_2^{n+1/2}F_{n,2}$$

$$C_2\left[-\rho_2^{-3/2}K_{u,2} + \frac{(2n+1)}{2}\left(\frac{z_2}{\rho_2}\right)^{-3/2}K_{u+2}\right] + D_2\left[\frac{-\rho_2^{-3/2}I_{u,2}}{2} - \frac{(2n+1)}{2}\left(\frac{z_2}{\rho_2}\right)^{-3/2}I_{u+2}\right] =$$

$$= C_3\left[-\rho_2^{n-1}F_{n,2} + (2n+1)\rho_2^{n-1}F_{n-2}\right]$$

Despejando I_n de las condiciones de contorno obtenemos el coeficiente del campo inducido que nos permitirá calcularlo en la superficie:

$$I_n = \frac{n}{(n+1)}\left\{1 - \frac{(n+1)}{(2n+1)}\left(\frac{2\nu}{z_1}\right)\right\} [Coc] \rho_1^{2n+1} E_n \quad (10)$$

with:

$$Coc = \frac{K_{u,1}\left\{\left(\frac{z_2}{2\nu}\right)I_{u+2} + \left(\frac{F_{n-1,2}}{F_{n,2}}\right)I_{u,2}\right\} + I_{u,1}\left\{\left(\frac{z_2}{2\nu}\right)K_{u+2} - \left(\frac{F_{n-1,2}}{F_{n,2}}\right)K_{u,2}\right\}}{K_{u+1,1}\left\{\left(\frac{z_2}{2\nu}\right)I_{u+2} + \left(\frac{F_{n-1,2}}{F_{n,2}}\right)I_{u,2}\right\} - I_{u+1,1}\left\{\left(\frac{z_2}{2\nu}\right)K_{u+2} - \left(\frac{F_{n-1,2}}{F_{n,2}}\right)K_{u,2}\right\}}$$

Las expresiones de las componentes del campo inducido visto en la región dieléctrica del sistema son:

$$B_r = (n+1)I_n \rho^{-(n+2)} P_n(\cos\theta) \quad (11)$$

$$B_\theta = -nI_n \rho^{-(n+2)} \frac{\partial P_n(\cos\theta)}{\partial\theta} \quad (12)$$

Los argumentos son complejos y se escriben de la siguiente forma:

$$z_{1/2} = i \frac{2\sqrt{4\pi\sigma_0\alpha} a}{(l-2)} \rho^{1-1/2} \quad (13)$$

Siendo ν el orden de las funciones de Bessel:

$$\nu = \frac{(2n+1)}{(l-2)} \quad (14)$$

IV DATOS

Un problema inverso no tiene una solución única, por lo tanto recurriremos a todos los datos geofísicos disponibles que permitan acotar el número de parámetros libres del modelo

Estructura Terrestre

Las profundidades de cada capa, ρ_i , determinadas por la sísmica (ver p. e. ref. 14). para el núcleo, n y el manto, m , son:

$$\rho_n = 2930 \text{ km}$$

$$\rho_m = 700 \text{ km}$$

es decir, a esas profundidades existe un salto en las propiedades termodinámicas de la tierra, que es detectado por las ondas elásticas.

Mientras puede esperarse que la discontinuidad termodinámica en la interfase manto-núcleo coincida con la discontinuidad en las propiedades eléctricas, este no es el caso para la interfase entre el manto y las capas superiores, como lo muestran los métodos de sondaje geomagnético. Estos métodos arrojan valores entre 200 y 1000 km², con un valor medio similar al obtenido por la sísmica^{14, 15}. Podemos pues esperar que el manto inferior sea homogéneo por debajo de los 1000 km, no así el manto superior. Esto significa que la respuesta de la Tierra a una tormenta puede variar, en cierta medida, de una zona a otra de la misma

La conductividad del núcleo es del orden de 3×10^5 mho¹⁹ - con una indeterminación de un factor 3 -. De todas formas hemos encontrado que el resultado del presente modelo para una conductividad del núcleo $> 10^3$ mho no difiere apreciablemente del que se obtiene considerando al núcleo como un conductor perfecto, por lo que no es necesario contar con un valor más preciso de este parámetro

En cuanto a la conductividad del manto distintos métodos de obtención muestran que a los 700 km está entre 0.5 a 2 (mho). Su variación con la profundidad difiere notablemente mientras que según los sondajes geomagnéticos, cuya síntesis dio lugar al modelo ALMC, la conductividad del manto llega a un valor cercano a 1000 (mho) cerca de la interfase con el núcleo, los valores obtenidos in situ son mucho menores: entre 3 a 10 (mho). En la tabla 1 se detallan los valores del exponente l y el parámetro σ_0 que más aproximan a estos perfiles la función dada por (2, zona 2).

TABLA 1

Modelo	σ_0 [mho]	l
Geofísico ALMC	0.35	11
16% de Hierro en mw-pv*	1.2	4
11% de Hierro en mw-pv	1.1	3
11% de Hierro en pv	0.5	3

El modelo geofísico ALMC sintetiza resultados del sondaje geomagnético. Los otros tres casos corresponden a los valores extrapolados de mediciones in situ para distintas concentraciones de Magnetosilicatos-perovskita (mw-pv) o solo Perovskita (pv)¹⁶, respectivamente

Del análisis de tormentas geomagnéticas mediante modelos que no incluyen el núcleo se han obtenido valores de l iguales o mayores que los del modelo ALMC^{4, 5} al punto que para interpretar la tormentas geomagnéticas actualmente se supone que el manto es un conductor perfecto⁷⁻⁹. Mas precisamente, dicha hipótesis se basa en los resultados del análisis de la tormenta reportada por Lahiri y Price⁵ que fue re-elaborada por Chapman¹. Esto hace relevante que la analicemos aquí especialmente.

Para representar adecuadamente una tormenta es suficiente con considerar el primer orden en el desarrollo de armónicos esféricos. Esto permite separar fácilmente la tormenta en su parte externa, fuente, y su parte interna, originada en las corrientes inducidas en la tierra por la fuente externa.

En la Figura 4 se compara el campo inducido con el observado, para dos valores de σ_0 próximos a los consignados en la Tabla 1, pero alejados de las discontinuidades, y para los dos valores posibles de l .

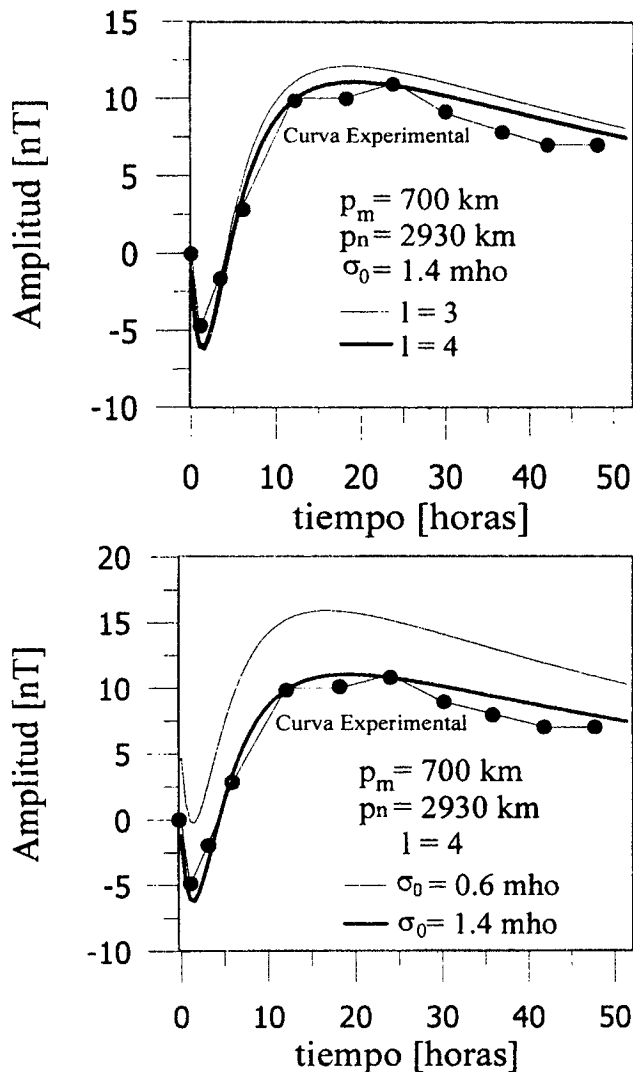


Figura 5. Amplitud del campo magnético inducido en superficie por el campo externo mostrado en la Figura 2. Los puntos son los valores obtenidos de separar el campo total observado y la línea es el predicho para los valores de los parámetros del modelo listados en la figura

Se observa que el juego de parámetros que mejor ajusta el modelo a las observaciones es el que corresponde a un manto con un contenido de 16% de hierro en mw-pv

Podemos concluir que el modelo presentado aquí estima correctamente la corriente inducida en superficie por una tormenta geomagnética cuando incluye un manto con una variación de la conductividad con la profundidad compatible con la extrapolación de las mediciones *in situ*. Como el resultado para las distintas composiciones supuestas en el laboratorio difiere poco y nosotros hemos analizado

aquí una sola tormenta, será necesario analizar distintas tormentas en distintas zonas de la Tierra para obtener un resultado concluyente respecto de cual de los perfiles de laboratorios es el más cercano al real, en el caso de que esto resulte eventualmente posible.

Sin embargo, podemos afirmar que el modelo presentado aquí, que incluye el núcleo perfectamente conductor, junto con un perfil de conductividad del manto dentro del rango de los obtenidos mediante extrapolación de mediciones *in situ*, y los parámetros de estructura provistos por la sísmica, provee una herramienta útil para la estimación del efecto global de las tormentas geomagnéticas en el interior de la tierra, y por lo tanto puede ser usado para estimar las corrientes y campos eléctricos y magnéticos inducidos en el núcleo de la Tierra por las tormentas geomagnéticas y sus efectos en la dinámica del sistema manto-núcleo¹³.

Agradecimientos; Este trabajo fue subvencionado por la Universidad de Buenos Aires, la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (proyectos 1105, PIC 00-00551 y 4490, respectivamente)

V. REFERENCIAS

1. Chapman, S. and Bartels, J., Geomagnetism, Oxford Clarendon Press, 2, 711, 748. (1951)
2. Duhau, S. and Favetto, A. Pure and App. Geophys. Special year Publication, 34, 559, 1992
3. Duhau, S. y Martinez, A. Earth, Planets and Space, 50, 2, 1998
4. Chapman, S. and Price, A. T. Phil. Trans. London (A), 229, 427-60, 1930.
5. Lahiri, B. N. and Price, A. T. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 237, 509-40, 1938.
6. Rikitake T., Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ, 1947.
7. Hobbs, B. A., Pure and App. Geophys, 125, 393-407, 1987.
8. Campbell, W. H., Pure and Applied Geophys., 4, 541-57, 1990.
9. ChandraSekhar, E. y B. R. Arora. Proceedings of the Symposium on Modern Trends in Geomagnetic Studies at Low latitudes, 149. 1991.
10. Arreghini M., Tesis de Licenciatura. Dto. de Física F.C.E.yN., Univ. Bs. As, 1997.
11. M. Arreghini y S. Duhau, Actas 19^a Reunión Científica de la Asoc. Arg. Geofis, Geodes, 129, 1997.
12. Duhau, S. y M. Arreghini, Actas 19^a Reunión Científica de la Asoc. Arg. Geofis, Geodes, 134, 1997.
13. Duhau, S. y Martinez, E., J. Geophys. Res. Let. 22, 3283-3286, 1995.
14. Master, T. G. and P- m. Sherer, AGU Reference Shelf, 1, 88, 1995.
15. Dziecwonski, A, A. Forte, W. Su y R. Woodward, Geophysiscal Monograph 76, IIGG, 67, 1993.

16. Shankland, T. J. ; Peyronneau, J. and Poirier, J. P., Nature, 366, 453-55, 1993
17. Buse, F., Ann. Rev. Fluid Mech., 10, 435-62. 1978.
18. Lamb, H., Phil. Trans. London, 174, 51949. 1883.
19. Price, A. T. Proc. London Math. Soc. (2) , 31, 217-24,1930..