

# CARACTERIZACIÓN DE LA TRANSFERENCIA DE IMÁGENES A TRAVÉS DE MEDIOS GRIN MEDIANTE LA MTF

## CHARACTERIZATION OF IMAGE TRANSFER THROUGH GRIN MEDIA USING MTF

**M. A. Corti \*1,2, Lía M. Zerbino 2,3, And Mario Garavaglia 1,2**

1. Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas, Universidad Nacional de La Plata (UNLP).
2. Centro de Investigaciones Ópticas (CCT-CONICET La Plata y CIC)
3. Facultad de Ingeniería, UNLP, La Plata, Argentina.

\* Beca de Entrenamiento, Comisión de Investigaciones Científicas (CIC) de la Provincia de Buenos Aires.  
*e-mail: agustinac@ciop.unlp.edu.ar*

Recibido 30/03/2012; aprobado 18/12/2012

Una lente común homogénea posee dos características físicas que influyen en la manera en que dicha lente reconfigura un frente de ondas: la diferencia entre su índice de refracción y el del medio circundante, y la curvatura de sus interfaces. Sin embargo, cuando la luz se propaga a través de un medio no homogéneo, los frentes de onda disminuyen su velocidad en zonas ópticamente más densas, y la incrementan en zonas de menor densidad, lo cual provoca su curvatura. Una lente de un material no homogéneo, en el que hay un GRadiente en el Índice de refracción se conoce como lente GRIN. Los medios ópticos GRIN son una consecuencia del desarrollo de las fibras ópticas de índice de refracción radialmente variable en forma cuadrática, inventado por Teiji Uchida, en 1969. Un gran beneficio de este tipo de sistemas es que proporciona un conjunto adicional de nuevos parámetros con los que controlar las aberraciones. El perfil nuclear de la lente GRIN puede igualar el camino óptico de rayos con diferentes longitudes de trayectorias, ya que la velocidad de la luz es mínima en el centro y crece gradualmente con la distancia radial. Un rayo que viaja próximo al eje recorre un camino geométrico corto a baja velocidad, mientras que aquél que viaja lejos del eje describe un camino geométrico largo a alta velocidad. Por lo tanto, la variación de camino se puede compensar con la variación de velocidad. En consecuencia, con una elección adecuada del perfil, la diferencia de velocidades de grupo o de tiempos de vuelo entre rayos se puede reducir. Como es sabido, una poderosa herramienta para determinar la calidad de un sistema óptico es la MTF (Modulation Transfer Function); esta función mide la capacidad con que un sistema óptico reproduce en la imagen del objeto bajo observación sus detalles más finos, lo que también se denomina contraste. El presente trabajo consta de la caracterización de la transferencia de imágenes a través de tres medios GRIN de diferentes longitudes (y pasos), mediante la función de transferencia de la modulación (MTF). Las determinaciones cuantitativas fueron obtenidas mediante un software diseñado especialmente para tal fin en MATLAB.

Palabras Clave: Propagación de imágenes, medio GRIN, Función Transferencia.

A lens has two common physical characteristics that influence how it reconfigures a wave front: the difference between its refractive index and that of the surrounding medium, and the curvature of its interfaces. However, when light travels through a non-homogeneous media, the wave fronts decrease their speed in optically denser areas, and increase in areas of lower density, which causes its curvature. A lens of non homogeneous material, in which there is a GRadiant in the refractive INDEX is known as a GRIN lens. GRIN optical media are a consequence of the development of optical fibers with radial varying refractive index in quadratic form, invented by Teiji Uchida, 1969. A major benefit of this type of system is that it provides an additional set of new parameters with which control the aberrations. Nuclear profile of the GRIN lens can match the optical path of rays with different path lengths, since the speed of light is minimum in the center and increases gradually with radial distance. A beam which travels next to the axis travels a shorter geometric path at low speed, while one that travels far from the axis describes a longer geometrical path at higher speed. Therefore, the variation in path can be compensated by the variation of speed. Consequently, with a suitable choice of the profile, the difference in speed or group flight times between rays can be reduced. As is known, a powerful tool for determining the quality of an optical system is the MTF (Modulation Transfer Function), this function measures the capacity in which an optical system reproduces in the image of the object under observation its finer details, which is also called contrast. This work consists of characterizing the image transfer through three GRIN media in different lengths (and steps), by using the modulation transfer (MTF). Quantitative determinations were obtained using software specially designed for this purpose in MATLAB.

Keywords: Propagation of images, GRIN media, Transfer Function.

---

\* Autor a quien debe dirigirse la correspondencia. M. A. Corti. [agustinac@ciop.unlp.edu.ar](mailto:agustinac@ciop.unlp.edu.ar)

## I. BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS SISTEMAS GRIN

Una lente de un material no homogéneo, que posee un GRadiente de INdice de refracción se conoce como lente GRIN. Los medios ópticos GRIN son una consecuencia del desarrollo de las fibras ópticas de índice de refracción radialmente variable en forma cuadrática, inventado por Teiji Uchida, en 1969. En un medio inhomogéneo de simetría cilíndrica el confinamiento de luz está relacionado con la variación del índice de refracción que ha de elegirse de tal modo que sea máximo en el centro y disminuya de forma suave y continua hacia su borde para que los rayos de luz describan trayectorias curvas, las que semejan las posiciones sucesivas de cuerdas vibrantes, pudiendo identificarse nodos y vientres.

El perfil radial del índice de refracción en esta fibra viene dado, en general, por

$$n(r) = \begin{cases} n_1(r) = n_1 \left[ 1 - 2\Delta \left( \frac{r}{a} \right)^\alpha \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow r < a (\text{núcleo}) \\ n_2(r) = n_2 \left[ 1 - 2\Delta \right]^{\frac{1}{2}} \rightarrow r \geq a (\text{revestimiento}) \end{cases} \quad (1)$$

donde  $n(r)$  es el índice a lo largo del eje de la fibra,  $\alpha$  la potencia que determina la forma del perfil, denominada parámetro del perfil, y  $\Delta$  la variación relativa de índice en el eje y en el revestimiento.

$$\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2} \cong \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (2)$$

Para  $\alpha=1$ , el perfil es lineal, para  $\alpha=2$ , el perfil es cuadrático o parabólico, etc.

Cuando  $\alpha \rightarrow \infty$ , el perfil  $n(r)$  tiende a la función escalón la fibra se convierte en homogénea.

Estas situaciones se representan en la Fig.1.

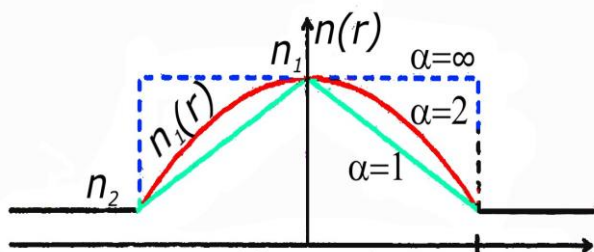


Figura 1. Perfil de índices en función del radio.

El perfil radial de la fibra puede hacer igualar el camino óptico de rayos con diferentes longitudes de trayectorias, ya que la velocidad de la luz es mínima en el centro y crece gradualmente con la distancia radial.

En consecuencia, con una elección adecuada del perfil (de  $\alpha$ ), la diferencia de velocidades o de tiempos de vuelo entre rayos se puede reducir. Un

perfil óptimo que prácticamente anula la diferencia es el parabólico ( $\alpha=2$ ), y es por ello que fue utilizado en el presente trabajo.

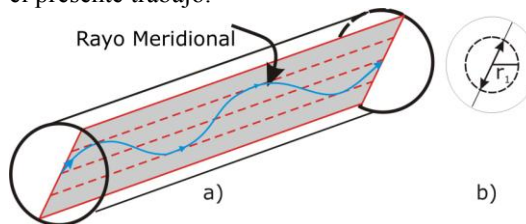


Figura 2. Propagación de un rayo meridional a través de un componente GRIN iluminado con luz monocromática. a) vista lateral, b) Vista frente.

Una lente GRIN cumple la función de “transferir la imagen”, es decir, opera como “repetidora de imagen”, lo que ajustadamente indica su denominación en inglés: “lens relay”. La distancia entre los puntos de concentración de los rayos permite definir el “paso” del componente GRIN. Se define a un componente como de paso 1,0 cuando los rayos que inciden convergentes salen por el otro extremo divergentes, esto es, cuando los rayos recorren un arco sinusoidal completo (ver Fig. 3).

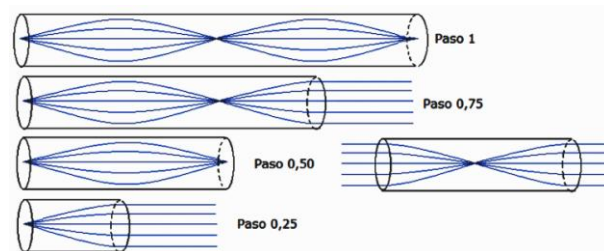
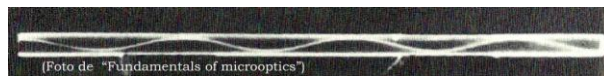


Figura 3. Esquemas de medios GRIN con diferentes pasos.

Los medios GRIN estudiados en el presente trabajo poseen un diámetro de 1,98 mm, y longitudes de 4,9 cm, 9,8 cm, y 14,7 cm, y pasos 0,25, 0,50 y 0,75, respectivamente, y se muestran en la fotografía de la Fig. 4.



Figura 4. Fotografía de los medios GRIN utilizados en este trabajo.

Como a través de estos novedosos medios se puede transferir una imagen de un lugar a otro del

sistema óptico, el objetivo del presente trabajo fue caracterizarlo empleando la función de transferencia de la modulación (MTF).

## II. Función MTF

Para caracterizar la transferencia de imágenes producida en los medios GRIN se midió la función MTF.

La modulación (o el contraste) está definida por la expresión de Michelson:

$$\text{Modulación} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (3)$$

La MTF describe la función de la modulación según la expresión de Michelson para las diferentes frecuencias espaciales, utilizando objetos de entrada de contraste máximo, como por ejemplo grillas de Ronchi.

Frecuentemente, la curva de la función MTF se utiliza como una descripción teórica y experimental de la calidad de la imagen. La MTF de un sistema óptico formador de imágenes describe su capacidad de transferir los detalles finos del objeto bajo estudio a la imagen producida por tal sistema.

Para realizar las medidas se utilizaron como objetos de estudio tarjetas Edmund Optics que reproducen las tarjetas patrón NBS 1963A, formadas por series de barras rectangulares paralelas transparentes y opacas alternadas, es decir con modulación  $M=1$ , con distintas frecuencias espaciales. El ancho de las barras es igual al ancho de sus separaciones. En la fotografía de la Fig. 5 puede apreciarse la disposición de las diferentes grillas según su frecuencia espacial utilizadas para medir la MTF.

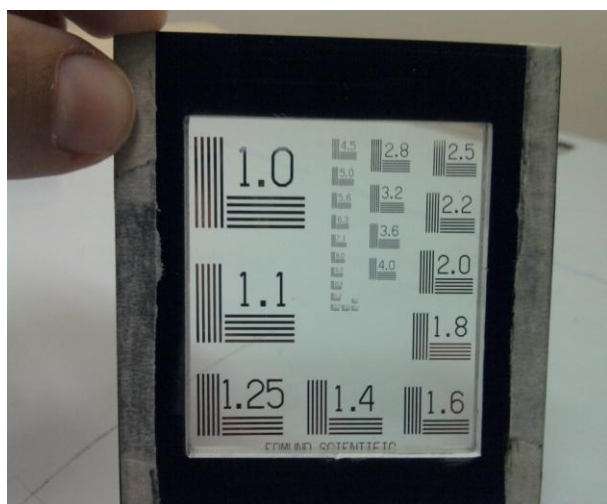


Figura 5. Tarjeta de resolución por transmisión Edmund Optics NBS 1963A utilizada.

## III. DESARROLLO

El esquema del dispositivo experimental se muestra en la Fig. 6.

Una vez ubicados los planos de entrada y de salida del componente GRIN y habiendo seleccionado la posición de mejor enfoque, se registraron las imágenes de las franjas para los diferentes espaciados o frecuencias espaciales.

A partir de esos registros, se midieron los contrastes para cada imagen: el contraste del 100% se asignó a las barras perfectamente transparentes y opacas de los mayores anchos y separaciones. A medida de que las barras están más juntas, el contraste en la imagen disminuye y la distinción entre las barras se comienza a desdibujar. Una gráfica de la MTF muestra el porcentaje de contraste perdido a medida que el espaciado entre las barras disminuye. El espaciado entre las barras en el objeto es usualmente representado como la frecuencia espacial dada en ciclos/mm, donde cada par de barras brillantes y oscuras constituyen un ciclo.

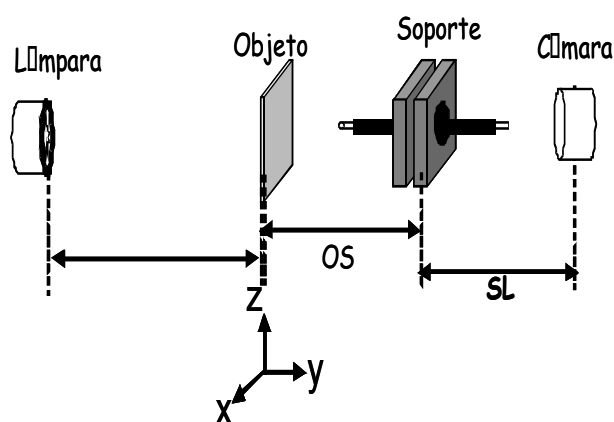


Figura 6. Esquema del montaje experimental utilizado.

El objeto (tarjeta de resolución), fue montado sobre un soporte que permitía desplazamientos en el plano vertical según las direcciones perpendiculares  $x-z$ , sin modificar la posición del plano objeto ( $y = \text{constante}$ ), con el fin de variar las frecuencias a observar a través del componente GRIN. Un detalle del mismo puede observarse en la fotografía de la Fig. 7.

Las imágenes fueron capturadas en formato jpg por una cámara color sin objetivo Genius Eface 2025. Se tuvo especial cuidado en regular la iluminación para que la respuesta de la cámara siempre se mantuviera en la zona central de su respuesta lineal. Para cada tarjeta de resolución se tomaron 27 imágenes, una para el fondo (sin franjas) y 26 frecuencias espaciales diferentes, entre 1 y 18 ciclos/mm, como se muestran en los resultados.

Para corregir el efecto de la inhomogeneidad de la fuente de luz, se procedió a la deconvolución del fondo con cada una de las imágenes durante el procesamiento de los datos obtenidos. Para cada una de las imágenes corregidas se analizaron los perfiles de densidad sobre una línea perpendicular a las franjas, en la misma posición de la imagen y de la misma longitud, y a partir del promedio de los valores



de niveles de gris sobre ella y sus vecinos se encontraron las  $I_{máx}$  e  $I_{mín}$  para calcular el contraste o modulación de la transferencia correspondiente a cada frecuencia espacial.



Figura 7. Detalle del montaje utilizado para mover el objeto.



Figura 8. Detalle del montaje utilizado para orientar el medio GRIN.

#### IV. RESULTADOS

En la Fig. 9 se muestran las excelentes respuestas obtenidas en cuanto a la resolución de los espaciados contenidos en la tarjeta utilizada para los tres componentes GRIN.

Estas respuestas son absolutamente compatibles con la observación humana de alta calidad [Ref. 9]. De todos modos, se registraron además las respuestas para otras tres grillas, con el objeto de sondear los límites de resolución de los componentes GRIN analizados. Así, se registraron en cada caso las respuestas a grillas de Ronchi de 20, 40 y 80 líneas por mm. En las Fig. 10 se muestran imágenes típicas obtenidas para las diferentes frecuencias espaciales de las grillas.

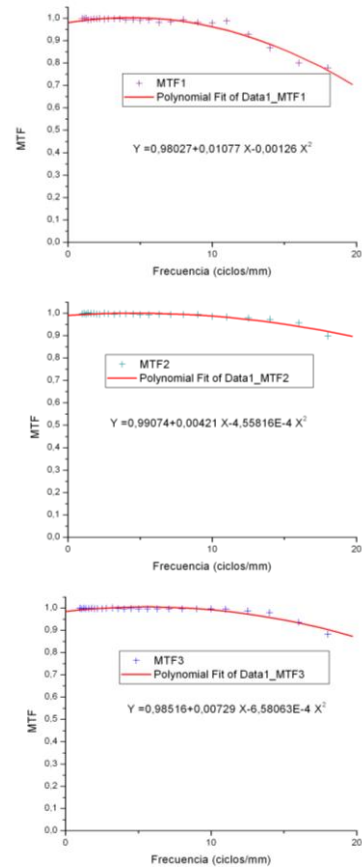


Figura 9. Resolución de los tres medios GRIN para las frecuencias contenidas en la Edmund Optics NBS 1963 utilizada

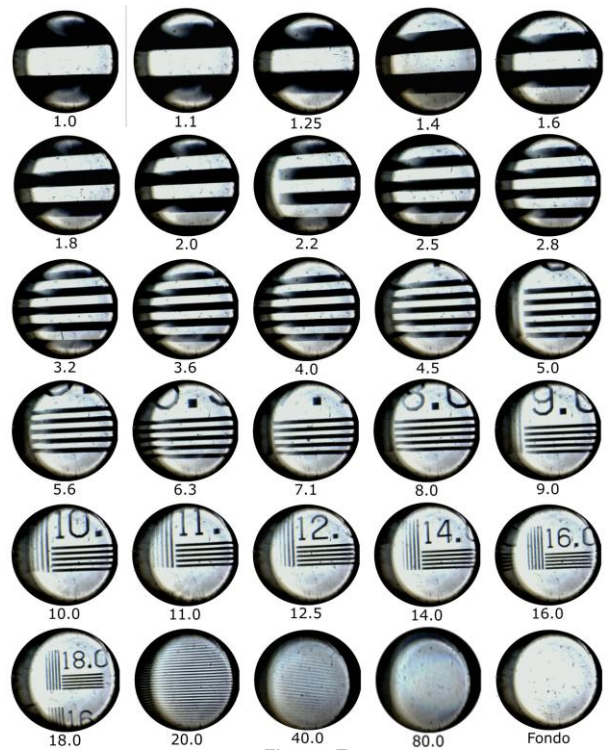


Figura 10. Registros típicos de las imágenes obtenidas para las diferentes frecuencias espaciales.

La inhomogeneidad de la iluminación de entrada se corrigió mediante la deconvolución con los registros del fondo. En la Fig. 11 se muestran ejemplos de los correspondientes perfiles sin corregir y corregidos.

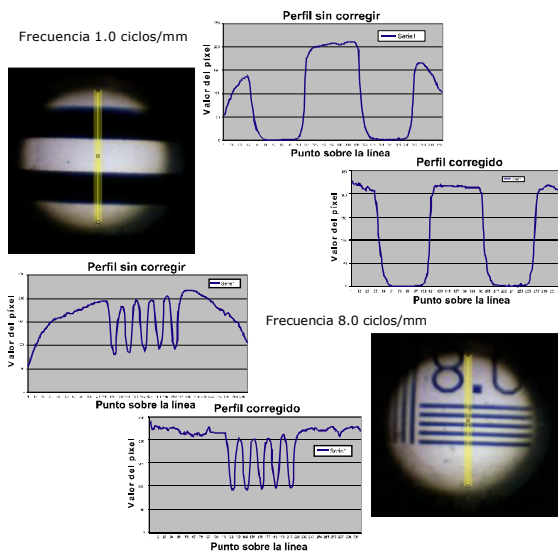


Figura 11. Ejemplos de perfiles sin corregir y corregidos para calcular la MTF

Por último y con el fin de automatizar todos los pasos descritos, se elaboró un software específico en Matlab. El mismo simplificó mucho la tarea calculando automáticamente los valores de modulación para cada frecuencia espacial.

Los resultados para la función MTF de los componentes GRIN estudiados se muestran en las gráficas de la Fig. 12.

## V. CONCLUSIONES Y PROSPECTIVA

Las mediciones realizadas a través de los componentes GRIN para trazar sus respectivas curvas MTF muestran que son compatibles con la observación humana de alta calidad.

Asimismo, la extensión de las mediciones de la MTF a frecuencias espaciales mayores (20, 40 y 80 ciclos/mm), sugiere que la frecuencia de corte es mayor para el componente GRIN de paso 0,5, cuestión que será analizada oportunamente.

Por otro lado, si bien las imágenes observadas son suficientemente brillantes, será menester determinar el rendimiento luminoso de los componentes GRIN, lo que queda para un próximo trabajo.

También quedará para otros trabajos futuros el análisis de imágenes obtenidas de la observación de objetos de amplia paleta de colores y conteniendo elevadas frecuencias espaciales transferidas a través de los componentes GRIN.

## Referencias Consultadas

1 - Hetch, Eugene in "Óptica" Tercera edición. Ed. Pearson, Addison Wesley. 2003. Capítulo 6, Sección 6.4: Sistemas GRIN..

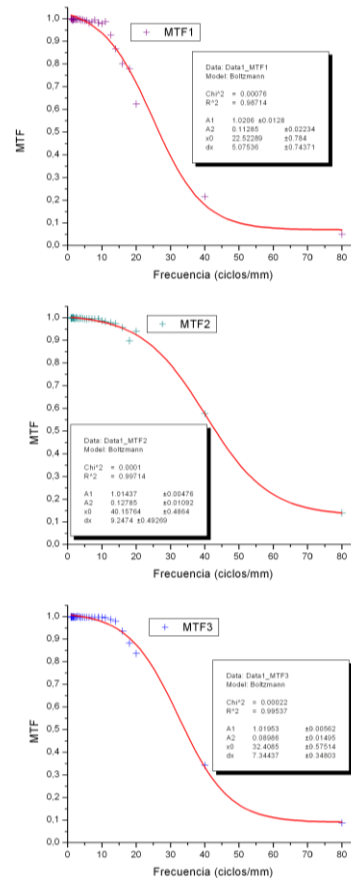


Figura 12. MTF calculadas automáticamente a partir del software específico elaborado en MATLAB.

2 - Ajoy Ghatak and K. Thyagarajan in "Graded Index Optical Waveguides: A Review". Editor: Wolf, Emil. "Progress In Optics", volumen XVIII. University of Rochester, NY, U.S.A.. North-Holland Publishing Company. 1980.

3 - Midwinter in "Optical Fibers For Transmission". John E. Ed. Wiley-Interscience. U.S.A., 1979.

4 - K. Iga, Y. Kokubun, M. Oikawa in "Fundamentals Of Microoptics. Distributed-Index, Microlens, and Stacked Planar Optics". Academic Press, Inc. 1984.

5 - Carlos Gómez-Reino, María V. Pérez and Carmen Bao in "Gradient-Index Optics". Springer, 2002. Capítulo 5: Óptica guiada.

6 - E. G. Rawson, D. R. Herriott, J. McKenna in "Analysis Of Refractive Index Distributions In Cylindrical Graded-Index Glass Rods (Grin Rods) Used As Image Relays". Applied Optics, Vol. 9, n°3, 753-759. March 1970.

7 - Teiji Uchida, Moatoaki Furukawa, Ichiro Kitano, Ken Koizumi and Hiroyoshi Matsumura in "Optical Characteristics of a Light-Focusing Fiber Guide and Its Applications". IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE-6, n°10, 606-612. October 1970.

8 - James D. Rees in "Non-Gaussian imaging properties of GRIN fiber lens arrays". Applied Optics, Vol. 21, n°6, 1009-1012. March 1982.

9 - Pablo Artal and Antonio Girao in "Contributions of the cornea and the lens to the aberrations of the human eye". Optics letters, Vol. 23, No. 21. November 1998.