

# REFLECTIVIDAD Y TRANSMISIVIDAD EN MONOCAPAS ACTIVAS

## REFLECTIVITY AND TRANSMISSIVITY IN ACTIVE FILMS

Duplaá, M. C.<sup>1</sup>, Garea, M. T.<sup>1</sup>, Matteo, C.<sup>2</sup>, Perez, L. I.<sup>1,3</sup>, Sorichetti, P.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> GLOmAe-Dto. de Física-Facultad de Ingeniería-Universidad de Buenos Aires

<sup>2</sup>Laboratorio de Sistemas Líquidos-Dto. de Física- Facultad de Ingeniería -Universidad de Buenos Aires

<sup>3</sup> INTECIN-CONICET-UBA

*e-mail: cduplaa@fi.uba.ar*

Recibido 30/03/2012; aprobado 31/08/2012

En este trabajo se determina la reflectividad y la transmisividad de una monocapa activa inmersa en medios dieléctricos transparentes para incidencia normal. Se obtienen expresiones analíticas que permiten hacer un análisis de las mismas en función del espesor de la monocapa y de los índices de refracción de los medios. Aparece como resultado que puede existir un único espesor crítico de la monocapa donde el comportamiento resulta anómalo: la reflectividad y la transmisividad tienden a infinito y el desfase resulta ser de  $\pi$ , lo que indica la presencia de una resonancia.

Palabras Claves: ganancia, reflectividad, transmisividad, multicapa

In this work, reflectivity and transmittance for an active monolayer, surrounded by transparent media, are determined for normal incidence. The analytical expressions of those magnitudes are presented in function of the monolayer thickness and the indices of refraction. It results that there is a unique critical thickness where the reflectivity and transmissivity tend to infinity and a phase shift of  $\pi$  (anomalous behavior), indicating a resonance.

Key Word: gain, reflectivity, transmissivity, multilayer

### I. INTRODUCCIÓN

La llegada de fuentes de radiación altamente coherentes, tales como los láseres en el dominio óptico, abrió una nueva perspectiva respecto al estudio de las propiedades de los materiales. Además, en los últimos años, la gran variedad de materiales (tanto naturales como de diseño) disponibles para ser usados en óptica lineal y no lineal, ha guiado a un estudio exhaustivo de las características de propagación de ondas en todo tipo de medios (lineales y no lineales, isótropos y anisótropos, absorbentes activos).

El uso de materiales activos en la construcción de algunos láseres, reforzó el interés de modelar a los mismos. El modelo más sencillo considera al material activo como isótropo.

La reflexión y refracción cuando una onda plana incide desde un medio lineal, isótropo y homogéneo sin pérdidas hacia un medio de análogas características (pero que puede tener pérdidas) ha sido estudiada extensamente tanto para las situaciones de alta o baja pérdida<sup>(1)-(4)</sup>. En cambio, el estudio de las características de las ondas electromagnéticas en estructuras con medios activos ha llevado a discrepancias que ponen de manifiesto contradicciones conceptuales entre distintos autores. Es por ello

que, una indiscutible autoridad en Electro-Óptica y Láseres, A. Siegman, escribió un artículo en *Optics and Photonics News*, manifestando los errores publicados en la última década en varias revistas de gran prestigio internacional<sup>(5)</sup>. En su trabajo, Siegman hace un estudio detallado de las componentes de los vectores número de onda en distintos tipos de medios (sin pérdidas, absorbentes y activos) y llega a la conclusión de que la “reflexión amplificada” no puede existir cuando solamente se considera una interfaz. Esto fue probado analíticamente en un trabajo de reciente publicación<sup>(6)</sup>. Quizás, la afirmación de existencia de reflexión amplificada en una interfaz provenga de una analogía incorrecta entre medios absorbentes y activos: si una interfaz entre un medio sin pérdidas y un medio absorbente lleva a un coeficiente de reflexión menor que uno (independientemente de los valores de sus índices de refracción), una interfaz entre un medio sin pérdidas y un medio activo llevará a un coeficiente de reflexión mayor que la unidad.

Si, en cambio, consideramos una estructura más compleja que una sola interfaz, podremos encontrar condiciones bajo las cuales se produzca reflexión amplificada, por ejemplo en estructuras de multicapas<sup>(7)</sup>. El análisis de los

fenómenos asociados a la incidencia de ondas electromagnéticas en multicapas constituidas por medios con o sin pérdidas ha sido estudiado extensamente<sup>(8)</sup>, desde muy bajas frecuencias (aplicaciones en geofísica) pasando por radiofrecuencia y microondas (radar y sensado remoto) hasta el dominio óptico (reflectometría y elipsometría). En cuanto a la determinación de propiedades de reflexión y transmisión de ondas planas en multicapas, el método de Abeles<sup>(9)</sup> ha resultado de gran utilidad cuando se consideran medios isotrópicos transparentes o absorbentes, e incluso ha sido extendido al caso de materiales anisótropos transparentes<sup>(10) (11) (12)</sup>

Una forma alternativa de tratar el problema en forma sencilla cuando solamente se consideran dos interfaces, se basa en el principio de interferencia. Para esto es necesario hallar los campos reflejados y transmitidos sumando todas las contribuciones en cada uno de los medios, considerando los desfases entre los rayos reflejados y los transmitidos<sup>(1)</sup>. En este trabajo se utiliza este método para determinar la reflectividad y la transmisividad de una monocapa activa inmersa en medios transparentes. La ventaja consiste en que se pueden analizar las contribuciones de cada reflexión o refracción a los campos totales resultantes.

Como los campos reflejados y transmitidos en una monocapa pueden escribirse en términos de los coeficientes de reflexión y transmisión de cada interfaz simple, en la sección II se resumen las características de estos últimos. En la sección III se extiende el método de interferencia para determinar la reflectividad y transmisividad de una capa activa. Si bien las expresiones parecen sencillas la interpretación de los resultados no es inmediata: son funciones complicadas de los índices de refracción de los distintos medios, del espesor de la capa y también del ángulo de incidencia. Para resaltar la influencia del medio activo en estas expresiones, en la sección IV se estudia para incidencia normal su dependencia con el espesor de la capa para distintas ganancias. Se observan para algunas configuraciones comportamientos anómalos.

En todos los casos se comparan los resultados con lo que se obtienen para una monocapa dieléctrica transparente.

## II. INTERFAZ SIMPLE

Los coeficientes de reflexión y transmisión, para una interfaz simple entre dos medios (Fig. 1) corresponden al cociente entre el campo reflejado o transmitido y el incidente, respectivamente. Dichos coeficientes se pueden

obtener para cualquier tipo de medios a partir de las condiciones de contorno<sup>(1)</sup>. Se definen, como es usual, los modos propios  $s$  (polarización perpendicular al plano de incidencia) y  $p$  (paralela al plano de incidencia), para una interfaz entre medios isotrópicos con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$

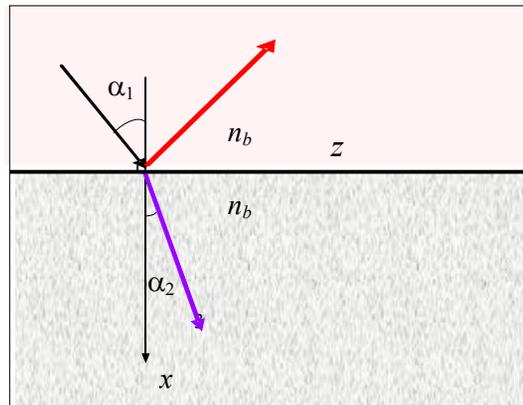


Figura 1. Interfaz simple entre dos medios de índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$

Considerando que la luz incide desde el medio con índice de refracción  $n_1$ , se obtienen para el modo paralelo

$$R_{p12} = \frac{n_2^2 \cos \alpha_1 - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}}{n_1^2 \cos \alpha_1 + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \quad (1)$$

$$T_{p12} = 2 \frac{n_1 n_2 \cos \alpha_1}{n_1^2 \cos \alpha_1 + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \quad (2)$$

y para el modo perpendicular resultan

$$R_{s12} = \frac{n_1 \cos \alpha_1 - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}}{n_1 \cos \alpha_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \quad (3)$$

$$T_{s12} = 2 \frac{n_1 \cos \alpha_1}{n_1 \cos \alpha_1 + \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \alpha_1}} \quad (4)$$

Estas expresiones son válidas para cualquier interfaz isotrópica, incluso para aquellas cuyo índice de refracción es complejo. Es a partir de las ecs. (1) y (3) que se ha demostrado que la reflexión amplificada no puede ocurrir si consideramos una interfaz simple<sup>(6)</sup>.

## III. MONOCAPA ACTIVA

A partir de los coeficientes de reflexión y transmisión para una interfaz simple, es posible obtener los campos reflejados y transmitidos en una monocapa para cualquier ángulo de incidencia. Luego, sumando todas las contribuciones a los campos en cada uno de los medios se obtiene la reflectividad y la transmisividad.

Se considera en este trabajo una placa planoparalela de espesor  $d$  e índices de refracción reales  $n_a$  y  $n_c$  e índice de refracción complejo  $n_b = n_{bR} - in_{bI}$  (Fig. 2). De esta forma, los subíndices 1 y 2 de las ecs. (1) a (4), corresponden a los indicados con  $a$  y  $b$  en la primera interfaz y con  $b$  y  $c$  en la segunda.

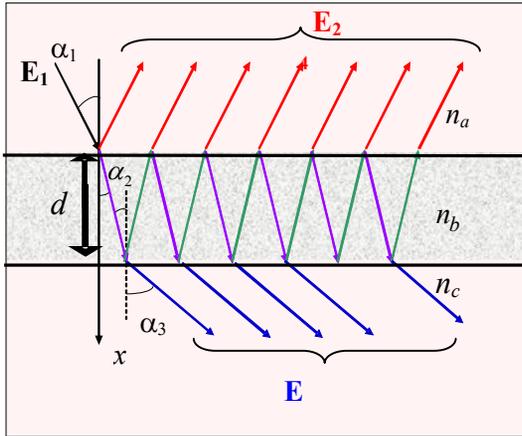


Figura 2: Monocapa isotrópica activa de espesor  $d$  e índice  $n_b$  entre dos medios isotrópicos de índices  $n_a$  y  $n_c$ .  $E_1$  es el campo incidente,  $E_2$  el campo reflejado,  $E_3$  el transmitido a través de la capa.

El campo total reflejado resulta para los modos  $s$  y  $p$

$$\vec{E}_{2p} = (-\sin\alpha_1 \vec{e}_x + \cos\alpha_1 \vec{e}_z) \left( R_{ab} + \frac{R_{ab} + R_{bc} e^{i2\delta}}{1 - R_{ab} R_{bc} e^{i2\delta}} \right) E_{1p} \quad (5)$$

$$\vec{E}_{2s} = \left( R_{ab} + \frac{R_{ab} + R_{bc} e^{i2\delta}}{1 - R_{ab} R_{bc} e^{i2\delta}} \right) E_{1s} \vec{e}_y \quad (6)$$

donde

$$\delta = \frac{2\pi n_b d \cos\alpha_2}{\lambda_v} \quad (7)$$

siendo  $\lambda_v$  la longitud de onda de la luz en el vacío.

Escribiendo análogamente el campo total transmitido, para ambos modos, se obtiene

$$\vec{E}_{3s} = \frac{T_{ab} T_{bc} e^{i\delta}}{1 + R_{ab} R_{bc} e^{i\delta}} E_{1p} \vec{e}_y \quad (8)$$

$$\vec{E}_{3p} = (-\sin\alpha_1 \vec{e}_x + \cos\alpha_1 \vec{e}_z) \frac{T_{ab} T_{bc} e^{i\delta}}{1 + R_{ab} R_{bc} e^{i\delta}} E_{1p} \quad (9)$$

La reflectividad y la transmisividad del sistema se obtienen a partir del cociente entre los vectores de Poynting asociados al campo reflejado o transmitido y el incidente, respectivamente.

$$r = \frac{\langle S \rangle_2}{\langle S \rangle_1} \quad (10)$$

$$t = \frac{\langle S \rangle_3}{\langle S \rangle_1} \quad (11)$$

En incidencia normal, tanto la reflectividad como la transmisividad coinciden para ambos modos de polarización.

A partir de la ec.(10), la reflectividad resulta

$$r = \left| \frac{R_{ab} + R_{bc} e^{i2\delta}}{(1 + R_{ab} R_{bc} e^{i2\delta})} \right|^2 \quad (12)$$

y de ec. 11 la transmisividad

$$t = \frac{n_c}{n_a} \left| \frac{T_{ab} T_{bc} e^{i\delta}}{1 + R_{ab} R_{bc} e^{i2\delta}} \right|^2 \quad (13)$$

Reemplazando por los coeficientes de reflexión y transmisión dados por las ecs. (1) a (4), se obtienen expresiones analíticas sencillas en función de los índices de refracción

$$r = \left| \frac{(n_a - n_b)(n_b + n_c) e^{-i\delta} + (n_a + n_b)(n_b - n_c) e^{i\delta}}{(n_a + n_b)(n_b + n_c) e^{-i\delta} + (n_a - n_b)(n_b - n_c) e^{i\delta}} \right|^2 \quad (14)$$

$$t = \frac{n_c}{n_a} \left| \frac{2n_a}{(n_a + n_b)(n_b + n_c) e^{-i\delta} + (n_a - n_b)(n_b - n_c) e^{i\delta}} \right|^2 e^{i\delta} \quad (15)$$

#### IV. REFLECTIVIDAD Y TRANSMISIVIDAD EN FUNCIÓN DEL ESPESOR DE LA MONOCAPA

A partir de las ecs. (14) y (15) se analizan en esta sección las variaciones de la reflectividad  $r$  y la transmisividad  $t$  en función del espesor de la capa, para incidencia normal. Se obtienen los gráficos de  $r$  (Fig. 3) y  $t$  (Fig. 4) para cuatro elecciones distintas de la parte imaginaria de  $n_b$ .

Elegimos que los índices del primer y tercer medio sean iguales y la parte real del índice de la capa fijo para destacar la influencia de la parte imaginaria y del espesor en las características de la reflexión y transmisión. En todos los casos se toma  $n_a = n_c = 1.7$  y  $n_{bR} = 1.5$ . Dado el gran rango de valores en el que varían tanto  $r$  como  $t$  se grafica para ambos la ordenada en escala lineal entre 0 y 1 (Figs. 3a) y 4a) respectivamente) y en escala logarítmica en entre 1 y  $10^{10}$  (Fig. 3b) y 4b)), para lograr un mejor detalle del comportamiento de estas funciones.

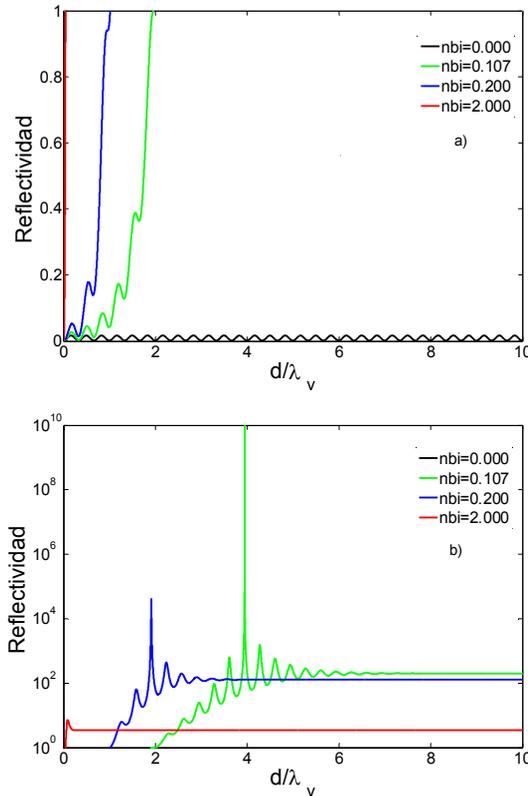


Figura 3. Reflectividad en función del espesor  $d$ , en unidades de  $\lambda_v$ .  $n_a = n_c = 1.7$  y  $n_{br} = 1.5$ ,  $n_b$  real y tres valores de  $n_{bi}$  a)  $0 \leq r \leq 1$  b)  $1 \leq r \leq 10^{10}$

Como es sabido<sup>(1)</sup>, cuando la parte imaginaria del índice de la capa vale cero (medio dieléctrico transparente) la reflectividad oscila en forma periódica con el espesor entre dos valores fijos menores a 1, (Fig. 3 a)).

Cuando el medio es activo, la reflectividad (que resulta nula para  $d = 0$  por ser  $n_a = n_c$ ) oscila al variar  $d$ , en forma no periódica. Entre  $d = 0$  y  $d$  tendiendo a infinito toma valores que pueden llegar a ser infinito (Fig. 3 b)). Este comportamiento particular indica que existen combinaciones de valores de índices y espesores tales que se puede encontrar una amplificación infinita en la reflexión. Para valores espesores mayores las curvas se amortiguan y tienden a un valor constante, que será menor cuanto mayor sea la ganancia de la capa, llegando a valer 1 para el caso límite en el que  $n_{bi}$  tienda a infinito, tal como se puede obtener de la ec. (14).

En cuanto a la transmisividad, cuando la parte imaginaria del índice de la capa vale cero, se observa que ésta oscila entre dos valores fijos menores a uno (Fig. 4a)), coincidiendo también con lo esperado. Cuando el medio es activo y  $n_a = n_c$ , la transmisividad vale 1 para  $d = 0$  y tiende a cero para espesores infinitos. Para valores intermedios, la  $t$  oscila pudiendo

alcanzar valores infinitos para determinado espesor (ec. (15)). Este espesor coincide con el obtenido para reflectividad infinita. Esto es esperado debido a que los denominadores de las ecs. (14) y (15) son idénticos. En consecuencia, para una dada combinación de índices y espesor se pueden obtener  $r$  y  $t$  infinitos, condición que llamamos de resonancia.

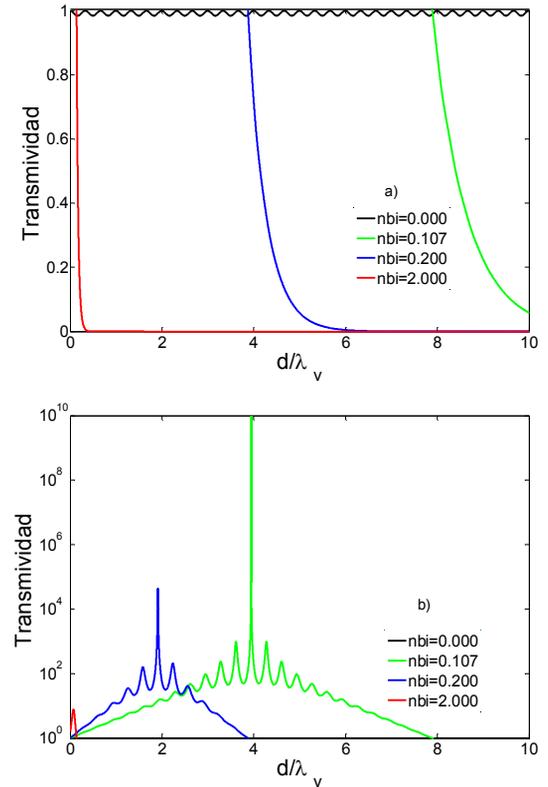


Figura 4. Transmisividad en función del espesor, en unidades de  $\lambda_v$ .  $n_a = n_c = 1.7$  y  $n_{br} = 1.5$ ,  $n_b$  real y tres valores de  $n_{bi}$  a)  $0 \leq t \leq 1$  b)  $1 \leq t \leq 10^{10}$

Para encontrar la condición de resonancia se reescribe la expresión del denominador de las ecs. (14) y (15) e iguala a cero. Se obtiene un sistema de dos ecuaciones que deben cumplirse simultáneamente

$$\frac{d}{\lambda_v} \Big|_{lm} = \frac{1}{8\pi n_{bi}} \ln \left( \frac{[4 n_a n_{bi} (n_a^2 - n_{br}^2 - n_{bi}^2)]^2}{[(n_a - n_{br})^2 + n_{bi}^2]^4} + \frac{[(n_{br} + n_a)^2 - n_{bi}^2][(n_a - n_{br})^2 - n_{bi}^2] - 4n_{bi}^2 (n_a^2 - n_{br}^2)]^2}{[(n_a - n_{br})^2 + n_{bi}^2]^4} \right) \quad (16)$$

$$\frac{d}{\lambda_v} \Big|_m = \frac{-1}{4\pi n_{br}} \arctan \left[ \pm m\pi + \frac{4 n_a n_{bi} [n_a^2 - n_{br}^2 - n_{bi}^2]}{[(n_{br} + n_a)^2 - n_{bi}^2][(n_a - n_{br})^2 - n_{bi}^2] - 4n_{bi}^2(n_a^2 - n_{br}^2)} \right] \quad (17)$$

donde  $m$  es un número entero.

Si consideramos que  $n_a$  y  $n_{br}$  son conocidos, podemos determinar el conjunto de  $(n_{bi}, d)$  que debe tener la capa para alcanzar la condición de resonancia. A modo de ejemplo, considerando los valores de índices reales de las Figs. 3) y 4), los pares  $(0.107, 3.944)$ ,  $(0.015, 29.944)$ ,  $(0.008, 49.999)$  son algunas de las soluciones del sistema. En la Fig.5a se muestra la reflectividad, en un rango de espesor en las que pueden verse las tres configuraciones resonantes elegidas y en la Fig. 5b el detalle de una de ellas. Se observa en ellos que alrededor de los espesores en los que se produce la resonancia, las curvas presentan múltiples oscilaciones.

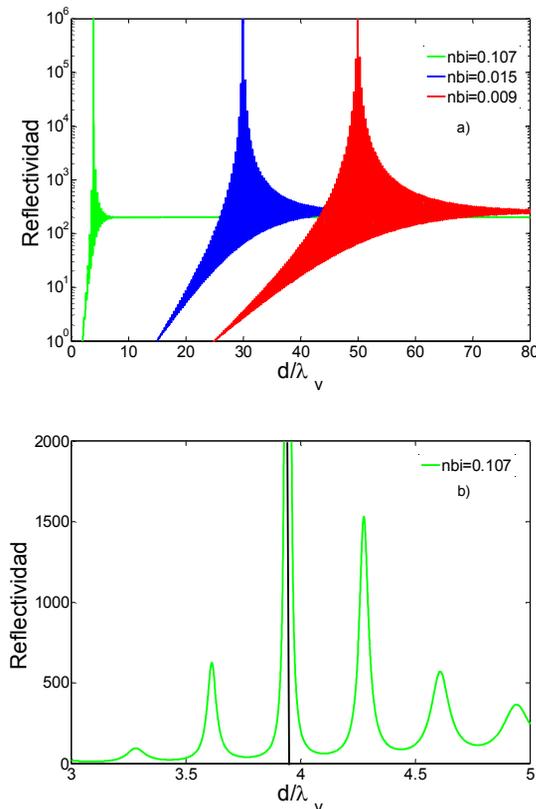


Figura 5a) Reflectividad en función del espesor en configuraciones resonantes, 5b) Detalle de una de las configuraciones resonantes

Si se grafican la fase de la reflectividad y la transmisividad (Fig. 6) para una configuración

que no está en la condición de resonancia, se observa que las fases varían su valor en forma continua para todos los espesores.

En cambio, el desfase de  $r$  y  $t$  para valores cercanos a la condición de resonancia (para  $n_{bi} = 0.107$ ) tiene una discontinuidad en el espesor correspondiente a la resonancia ( $d = 3.944\lambda_v$ ) y la fase sufre un cambio de  $\pi$ .

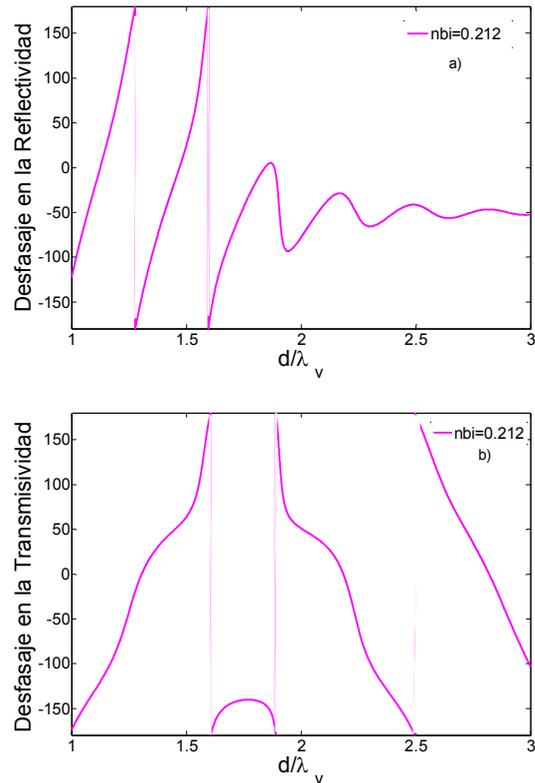


Figura 6: Desfase en función del espesor fuera de la resonancia a) reflectividad, b) transmisividad

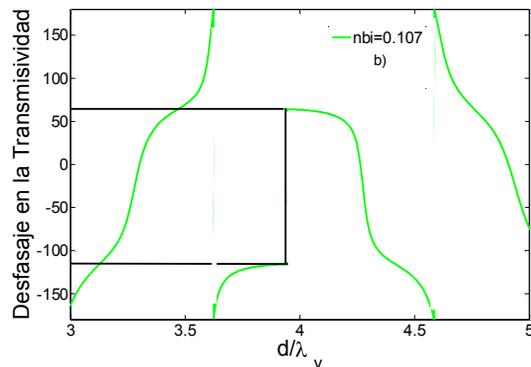


Figura 7: Desfase en función del espesor en resonancia; a) reflectividad, b) transmisividad

#### IV. CONCLUSIONES

Las expresiones analíticas obtenidas permiten analizar las características de la reflectividad y transmisividad en función del

espesor de la monocapa y de los índices de refracción de los medios.

Al estudiar el comportamiento de la reflectividad en función del espesor, para incidencia normal, se vio que la misma podía ser mayor que uno, a diferencia de lo que ocurre si se considera una sola interfaz transparente – activo.

También, se analizó la influencia de la ganancia de la capa para la reflectividad y para la transmisividad.

Por otra parte, se encontró también que para incidencia normal e índices de refracción determinados puede existir un único espesor crítico de la monocapa donde el comportamiento resulta anómalo: la reflectividad y la transmisividad tienden a infinito y sus desfases resultan de  $\pi$ , lo que indica la presencia de una resonancia.

Es decir, se pueden determinar las condiciones para optimizar la ganancia de una monocapa activa.

#### AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue realizado con el aporte de la Universidad de Buenos Aires UBACyT (2010-2012) 20020090100136 - (2011-2014) 20020100100139 - (2011-2014) 20020100100406.

#### REFERENCIAS

- [1] Born, M. y Wolf, E., Principles of Optics (Cambridge, University Press), 1999.
- [2] Halevi, P. y Mendoza Hernandez, A., “Temporal and spatial behavior of the Poynting vector in dissipative media: refraction from vacuum into a médium”, J. Opt. Soc. Am., Vol. 71 (1981) pags. 1238-1242.
- [3] Azzam, R. M. A. y Ugbo, E., “Angular range for reflection of p-polarized light at the surface of an absorbing medium with reflectance below that at normal incidence”, J. Opt. Soc. Am. A, Vol. 19, No. 1 (2002) 112-115.
- [4] Vitela, J. E., “Electromagnetic waves in dissipative media revisited”, Am. J. Phys. 72 (2004) 393.
- [5] Siegman A., “Fresnel Reflection, Lenserf Reflection and Evanescent Gain”, Optics & Photonics News 21(1), (2010)38-45.
- [6] Duplaá, M. C., Pérez L. I., Matteo, C. L. y Garea, M. T., “Reflection and refraction in active dielectric materials”, 17th Reunion Iberoamericana de Óptica, RIAO and 10th Encuentro de Óptica, Láseres y

- Aplicaciones, OPTILAS, Lima, Perú, Septiembre 2010. Trabajo publicado en Journal of Physics: Conference Series (ISSN 1742-6588) Vol. 274 (2011) 012131.
- [7] Callary, P.R. and Carniglia, “Internal reflection from an amplifying layer” C. K. J. of the Opt. Soc. of Am., Vol. 66, No. 8, (1976) pp. 775-779.
  - [8] Hideki Maezawa y Hiroshi Miyauchi, “Rigorous expressions for the Fresnel equations at interfaces between absorbing media”, J. Opt. Soc. Am. A/Vol. 26, No. 2(2009), pg.330-336.
  - [9] F. Abeles, Optics of Thin Films en Advanced Optical Techniques, North Holland Publishing (1967)
  - [10] Presa V. A. and Simon, J. Reflection and transmission coefficients of multilayer on an uniaxial substrate 1995, vol. 98, n°4, pp. 181-185
  - [11] S. Teitler, B. W. Henvis: Refraction in Stratified Anisotropic media. J. Opt. Soc. Am. 60 (1970) 830
  - [12] D. W. Berreman: Optic in Stratified media: 4x4 Matrix Formulation, j. Opt. Soc. Am. 62 (1972) 502.