

# Formación de modos por ganancia en láseres de bombeo longitudinal

A.L. PEURIOT y G.D. SANTIAGO<sup>#</sup>

CEILAP(CITEFA-CONICET)  
ZUFRIATEGUI 4380, V. MARTELLI, BS. AS.  
# Facultad de Ingeniería UBA  
Paseo Colón 850 Capital Federal  
e-mail: peuriot@udceilap.edu.ar

**Resumen:** Se obtienen las ecuaciones diferenciales que determinan los coeficientes de la matriz ABCD correspondiente a un medio con ganancia radial y axialmente variable. Se muestran resultados para láseres de Nd:YAG bombeado por diodos y Ti:Zafiro bombeado por láser de argón. Se comparan los resultados numéricos con los analíticos obtenidos bajo la aproximación clásica de un medio axialmente homogéneo.

**Abstract:** We study the ABCD matrix for a medium with radially and axially varying gain. We compute the matrix elements after numerically solving a set of coupled differential equations. Examples corresponding to a diode pumped Nd:YAG laser and an argon pumped Ti:Sapphire laser are shown and compared against a model assuming an axially uniform duct.

En los láseres con bombeo óptico longitudinal, el medio amplificador presenta una distribución transversal de inversión de población que sigue a la del haz de excitación.

El perfil de ganancia resultante es tal que el medio puede ser considerado, en primera aproximación como la combinación de una lente y un diafragma gaussiano. El efecto de este diafragma es estabilizar el modo de la cavidad, muy notoriamente en cavidades del tipo plano-paralelo.

Dentro del formalismo de matrices ABCD este efecto se suele aproximar como la propagación en un ducto axialmente homogéneo de longitud  $L$  con un perfil de ganancia parabólico  $\alpha(r) \approx \alpha_0(1 - 2r^2/w_b^2)$ , que conduce a:

$$M_d = \begin{bmatrix} \cos(\gamma L) & (n_0 \gamma)^{-1} \sin(\gamma L) \\ -n_0 \gamma \sin(\gamma L) & \cos(\gamma L) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

donde  $\gamma^2 = j \lambda_0 \alpha_0 / \pi n_0 w_b^2$  es la constante de propagación,  $n_0$  el índice de refracción del medio y  $\lambda_0$  la longitud de onda en el vacío. Cuando  $\gamma L \ll 1$  la matriz se aproxima a <sup>1</sup>:

$$M_d \approx \begin{bmatrix} 1 & L/n_0 \\ -j \frac{\lambda_0 g_0}{\pi w_b^2} & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

donde  $g_0 = \alpha_0 L$  es la ganancia integrada (promedio) de pequeña señal y  $w_b$  es la cintura del haz de bombeo.

En realidad, la inversión de población axial dista de ser homogénea ya que la potencia de bombeo se atenúa en un medio con coeficiente de absorción  $\beta$  según el factor  $\exp(-\beta z)$ ,  $0 < z < L$ . En consecuencia la ganancia tiene un fuerte cambio entre un extremo y otro del medio amplificador.

Si se considera que la ganancia del medio varía radial y axialmente según la relación:

$$\alpha(r, z) \approx \alpha_0 \exp(-\beta z) (1 - 2r^2/w_b^2),$$

entonces es necesario recalcular la matriz del ducto. En una región de espesor  $dz$  comprendida entre  $z$  y  $z+dz$ , la matriz de propagación en el ducto es <sup>2</sup>:

$$M(z+dz) = M(dz) * M(z), \quad (3)$$

tal que

$$M(dz) = \begin{bmatrix} 1 & dz/n_0 \\ -n_0 \gamma(z)^2 dz & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

donde ahora  $n_0 \gamma(z)^2 = j \lambda_0 \alpha_0 \exp(-\beta z) \cdot \pi w_b^2$ .  
Al expandir (3) en serie de Taylor, se encuentran las ecuaciones diferenciales para los coeficientes de  $M(z)$ :

$$\begin{aligned} dA/dz &= C/n_0, \\ dB/dz &= D/n_0, \\ dC/dz &= -n_0 \gamma(z)^2 A \\ dD/dz &= -n_0 \gamma(z)^2 B, \end{aligned} \quad (5)$$

con la condición inicial que para  $z \rightarrow 0$ , la matriz se reduzca a la identidad. De lo que resulta,

$$M(z) = \begin{bmatrix} A(z) & -(n_0 \gamma(z)^2)^{-1} dD/dz \\ n_0 dA/dz & D(z) \end{bmatrix}$$

Para el caso particular en que  $\gamma^2(z) = \text{cte}$  el sistema admite como solución simple la (1).

El sistema de ecuaciones diferenciales (5) no tiene solución analítica, no obstante es resoluble por un desarrollo en serie de potencias o directamente por cálculo numérico.

Como comparación respecto de un ducto homogéneo, en este trabajo se presentan resultados para dos cavidades típicas utilizadas para la generación de pulsos de mode-locking por efecto Kerr.

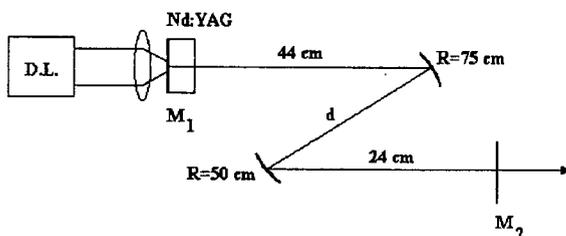


Figura 1. Esquema del láser de Nd:YAG para mode-locking según ref. 3. Frecuencia de la cavidad: 100 MHz,  $d=70-90$  cm.

i) Láser de Nd:YAG bombeado por diodos láser.

La figura 1 muestra la cavidad considerada<sup>3</sup>. La barra de Nd:YAG se encuentra en un extremo y es excitada por un diodo láser a través de una capa dielectrica. La potencia de bombeo se encuentra en el rango de 2 a 4 W.

La tabla I compara resultados obtenidos utilizando la matriz simplificada (2) con los valores obtenidos por la solución de (5) para una barra de Nd:YAG de 1cm de largo bombeada desde un extremo con un diodo de 2 W y considerando la ganancia de pequeña señal. Presentamos sólo el elemento C dado que en la matriz aproximada (2) es el único que varía con  $w_b$ .

TABLA I: COEFICIENTES C PARA LÁSER DE ND:YAG

$w_b$ ( $\mu\text{m}$ )	$C$ (1/cm), ecuac. 5	$C$ (1/cm), ecuac. 2
60	-8.82e-1-i 4.06	-i 4.12
80	-8.85e-2-i 1.30	-i 1.30
100	-1.49e-2-i 5.34e-1	-i 5.34e-1
120	-3.46e-3-i 2.58e-1	-i 2.57e-1
140	-1.01e-3-i 1.39e-1	-i 1.39
160	-3.46e-4-i 8.15e-2	-i 8.15e-2
180	-1.35e-4-i 5.09e-2	-i 5.09
200	-5.80e-5-i 3.34e-2	-i 3.34

Puede observarse que si bien las partes imaginarias son parecidas, hay diferencias en la parte real (inexistente en la matriz aproximada) particularmente significativas cuando la cintura del haz de bombeo es reducida.

Es importante destacar que esta parte real representa el equivalente de una lente convergente cuyo efecto en la determinación del modo hace que los valores predichos con una u otra matriz difieran notoriamente.

Los demás coeficientes también presentan diferencias, particularmente por presentar una parte imaginaria importante para los valores bajos de  $w_b$ .

En el gráfico de la figura 2 se muestra la diferencia relativa de los radios del modo láser sobre el espejo  $M_1$ , en función de la cintura del haz de bombeo para dos potencias del diodo.

Los resultados son poco sensibles a cambios en la distancia  $d$ . Claramente, para bajos valores de  $w_b$  la diferencia es muy importante.

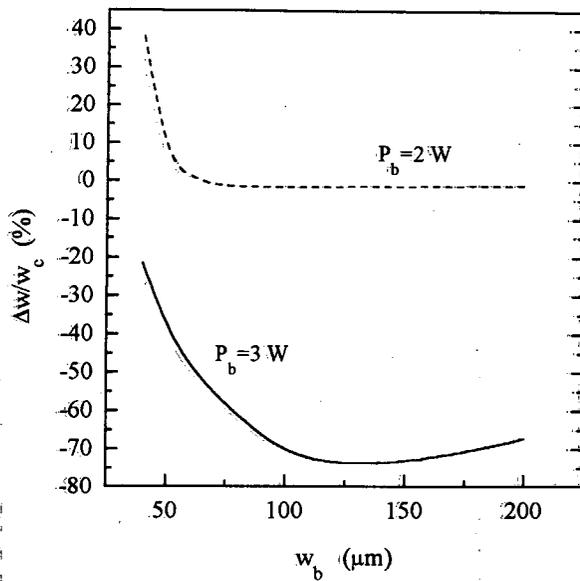


Figura 2. Diferencia relativa en el radio del modo sobre el espejo  $M_1$  en función de la cintura  $w_b$  y de la potencia  $P_b$  del haz de bombeo para la cavidad de la fig. 1;  $d=75$  cm

ii) Láser de Ti:Zafiro bombeado por láser de argón.

La figura 3 ilustra la cavidad utilizada<sup>4</sup>. Se consideró una barra de Ti:Zafiro de 4 mm de largo, bombeada con un láser de argón de 4 W.

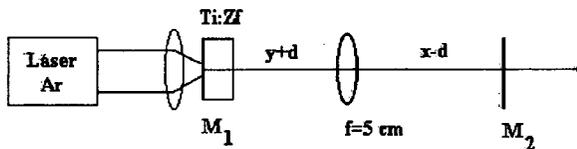


Figura 3. Esquema del láser de Ti:Zafiro según ref. 4. Frecuencia de la cavidad: 500 MHz.  $x = 25$  cm.  $y=4.6$  cm

En la tabla II presentamos los coeficientes análogos a los de la tabla I.

El gráfico de la figura 4 muestra la diferencia relativa en el radio de los modos en este caso, para pequeños cambios en la posición de la lente.

TABLA II: COEFICIENTES  $C$  PARA LÁSER DE TI:ZAFIRO

$w_b$ ( $\mu\text{m}$ )	$C$ (1/cm), ecuac. 5	$C$ (1/cm), ecuac. 2
20	-2.17-i 7.62	-i 7.58
30	-8.49e-2-i 1.52	-i 1.49
40	-8.50e-3-i 4.82e-1	-i 4.74e-1
50	-1.43e-3-i 1.97e-1	-i 1.94e-1
60	-3.32e-4-i 9.51e-2	-i 9.36e-2
70	-9.67e-5-i 5.14e-2	-i 5.05e-2
80	-3.32e-5-i 3.01e-2	-i 2.96e-2
90	-1.29e-5-i 1.88e-2	-i 1.85e-2
100	-5.57e-6-i 1.23e-2	-i 1.21e-2

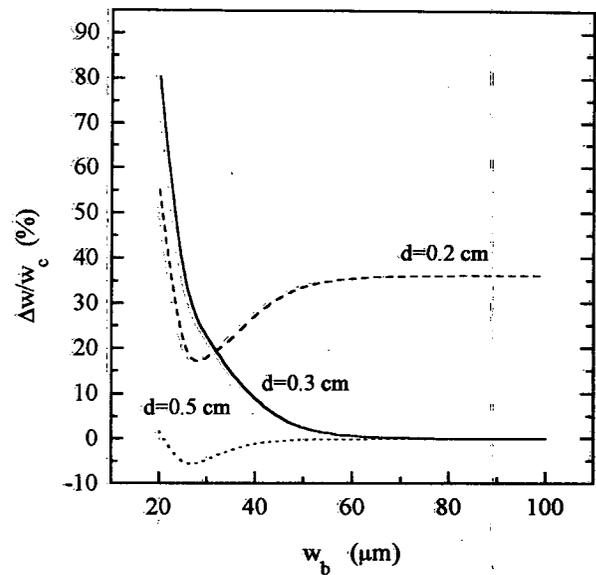


Figura 4. Diferencia relativa en el radio del modo sobre el espejo  $M_1$  en función de la cintura  $w_b$  del haz de bombeo para la cavidad de la fig. 3, y para tres posiciones de la lente  $f$ .

De estos resultados se infiere que cuando el haz de bombeo es fuertemente focalizado, es necesario tomar en cuenta la inhomogeneidad axial del ducto, especialmente en el análisis de cavidades para mode-locking por efectos ópticos no lineales como la lente de Kerr.

#### Referencias

- 1) F. Salin and J. Squier, *Opt. Lett.*, **17**, 1353, 1992
- 2) A. Gerrard and J.M. Burch, "Introduction to matrix methods in optics", Dover, 1975.
- 3) K.X. Liu et al, *Opt. Lett.*, **17**, 1361, 1992
- 4) B.E. Bouma and J.G. Fujimoto, *Opt. Lett.*, **21**, 134, 1996