

# EXCITACIÓN RESONANTE DE POLARITONES SUPERFICIALES PLASMÓNICOS EN SISTEMAS ATR CON METAMATERIALES

## RESONANT EXCITATION OF SURFACE PLASMON POLARITONS IN ATR SYSTEMS WITH METAMATERIALS

Mariana A. Zeller\* , Mauro Cuevas y Ricardo A. Depine<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Electromagnetismo Aplicado, Instituto de Física de Buenos Aires,  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires y CONICET,  
Ciudad Universitaria, Pabellón I, C1428EHA Buenos Aires, Argentina

\* email: mzeller@df.uba.ar

En este trabajo estudiamos la respuesta óptica de una estructura ATR (Kretschmann) con metamateriales en condiciones cercanas al acoplamiento resonante entre la onda incidente y un polaritón superficial plasmónico. A diferencia de las investigaciones previas disponibles en la literatura, prestamos especial atención al comportamiento de la fase de los campos reflejados y discutimos los resultados en el marco de un modelo fenomenológico basado en las propiedades de los polos y los ceros complejos del coeficiente de reflexión.

Palabras Claves: ATR, polaritones superficiales, metamateriales, plasmónica, índice de refracción negativo

In this work we study the optical response of Kretschmann-ATR structures with metamaterials near conditions of resonant coupling between the incident wave and a surface plasmon polariton. In contrast with previous research available in the literature, particular attention is paid to the behavior of the phase of the reflected fields. Besides, the results are discussed in the frame of a phenomenological model based on the properties of the complex poles and zeroes of the reflection coefficient.

Key Words: ATR, surface polaritons, metamaterials, plasmonics, negative refractive index

Recibido 28/02/11; aprobado 31/08/11

### I. INTRODUCCIÓN

Los polaritones superficiales plasmónicos (PSPs) son ondas superficiales electromagnéticas<sup>1,2</sup>. En una superficie plana, la condición necesaria para su existencia es que los medios a ambos lados de la superficie tengan alguna constante constitutiva (permitividad eléctrica o permeabilidad magnética) con signos opuestos. La localización provista por los PSPs resulta muy atractiva en muchas aplicaciones, como por ejemplo almacenamiento de datos, microscopía, generación de luz o biofotónica<sup>3</sup>. El caso más estudiado en la literatura<sup>1,2,4,5</sup> es el de superficies aire-metal, donde la diferencia de signo ocurre debido a que el metal posee permitividad eléctrica negativa, no así el aire. En cambio el caso de superficies aire-metamaterial, donde el metamaterial<sup>6,7</sup> puede proveer tanto permitividad eléctrica como permeabilidad magnética con signo negativo, ha merecido comparativamente muy poca

atención, a pesar de que los PSPs en superficies metamateriales pueden tener características muy distintas<sup>8</sup> a las que tienen los PSPs en superficies metálicas. Las diferencias más significativas se manifiestan en la polarización, que en el caso metálico puede ser sólo  $p$  mientras que en el caso con metamaterial puede ser tanto  $p$  como  $s$ , dependiendo de los valores que tomen los parámetros constitutivos a la frecuencia de trabajo, y en la dirección de propagación de la energía, que en el caso metálico es siempre paralela a la dirección de propagación de la onda, mientras que en el caso con metamaterial puede ser tanto paralela como antiparalela a la dirección de propagación de la onda<sup>9</sup>.

Debido a que la periodicidad espacial asociada a los PSPs es menor a la que podría inducir en la superficie un fotón incidente, los PSPs no pueden ser excitados resonantemente mediante ondas planas. Esta dificultad puede superarse mediante técnicas de acoplamiento de fase en las que se le transfiere al fotón el momento necesario para conseguir la excitación. Una de las técnicas de acoplamiento de fase más difundida es la basada en el empleo de la reflexión total

---

\* Autor a quien debe dirigirse la correspondencia

frustrada (ATR, por las siglas en inglés de Attenuated Total Reflection). Esta técnica requiere introducir una segunda superficie, usualmente la cara distinta de un prisma isósceles<sup>10,11</sup>. Así, la excitación de los PSPs en la superficie 2-3 (ver figura 1) ocurre cuando la radiación incidente llega a la superficie del prisma (superficie 1-2) con un ángulo mayor al de reflexión total. En esta situación, el campo evanescente se puede acoplar resonantemente con los PSPs de la superficie 2-3 y la excitación se manifiesta como un mínimo muy pronunciado en las curvas de reflectividad en función del ángulo de incidencia.

Es claro que los PSPs que intervienen en los experimentos de ATR no son estrictamente los mismos PSPs que intervienen en una única superficie plana. Por este motivo, la interpretación correcta de los experimentos de ATR requiere resolver el problema homogéneo, es decir, sin onda incidente, para *tres* medios en lugar de para dos. El problema homogéneo de tres medios ya ha sido considerado en un trabajo previo<sup>12</sup>, donde hemos obtenido todas las características de propagación de los PSPs de sistemas ATR con metamateriales en la configuración de Kretschmann<sup>11</sup>. El lector interesado también puede encontrar en dicho trabajo<sup>12</sup> una reseña del estado actual del tema de PSPs en sistemas ATR con metamateriales.

Una vez resuelto el problema homogéneo (o de modos propios), en este trabajo encaramos el estudio riguroso de la respuesta de la estructura ATR cuando es excitada por una fuente externa (problema no homogéneo o de reflectividad). A diferencia de los estudios similares realizados por otros autores<sup>13-18</sup>, centrados exclusivamente en el estudio de las curvas de reflectividad, en el presente trabajo correlacionamos el comportamiento de la reflectividad con el comportamiento de la fase del campo reflejado. Creemos que la inclusión de la fase resulta atrayente ya que se trata de una magnitud fácilmente accesible, tanto experimental como teóricamente. Además, la fase puede brindar información adicional no provista por la reflectividad, tal como se ha demostrado para otros fenómenos resonantes análogos a los aquí considerados<sup>19-21</sup>. Otro aspecto novedoso de este trabajo es la presentación de un modelo fenomenológico que, a diferencia del modelo electromagnético riguroso, permite predecir de una manera muy sencilla las curvas de reflectividad y fase para estructuras ATR con metamateriales. Dicho modelo –una generalización del propuesto en el caso metálico para estudiar procesos resonantes en redes de difracción<sup>22</sup> y en estructuras ATR<sup>20</sup>– está basado en el conocimiento de dos parámetros complejos característicos de la estructura e independientes del ángulo de incidencia: el cero y el polo del coeficiente de reflexión. Estos dos parámetros pueden obtenerse ajustando curvas experimentales de reflectividad y fase en función del ángulo de incidencia, tal como se ha

mostrado en el caso análogo de redes de difracción formadas por metamateriales<sup>21</sup>. Alternativamente, ambos parámetros pueden obtenerse numéricamente, un camino que requiere la continuación analítica al plano complejo del formalismo electromagnético utilizado para hallar las curvas de respuesta. Este es el camino que se usa en este trabajo, aprovechando que tanto los detalles de la continuación analítica como el método numérico para calcular la constante de propagación compleja del PSP –íntimamente relacionada con el polo del coeficiente de reflexión– ya han sido desarrollados en nuestro trabajo anterior<sup>12</sup>.

El plan del presente trabajo es el siguiente. En la sección II damos las expresiones rigurosas empleadas para calcular la amplitud compleja de los campos reflejados en la configuración ART de Kretschmann, presentamos el modelo fenomenológico y mostramos cómo se pueden emplear las curvas de fase vs ángulo de incidencia para obtener información adicional, no provista por las curvas de reflectividad, sobre la existencia de espesores críticos para los cuales la onda incidente es absorbida totalmente por la estructura ATR vía la excitación resonante de un PSP. En la sección III investigamos la influencia del acoplamiento PSP-fotón en las curvas de respuesta (reflectividad y fase) de la estructura ATR para los distintos regímenes considerados previamente en el estudio del problema homogéneo<sup>12</sup>. Además, calculamos numéricamente los parámetros del modelo fenomenológico y mostramos que dicho modelo reproduce de una manera muy satisfactoria los comportamientos predichos por el formalismo electromagnético riguroso. Finalmente en la sección IV resumimos y discutimos los resultados obtenidos.

## II. TEORIA

En la figura 1 se esquematiza la estructura ATR considerada en el trabajo anterior<sup>12</sup>, pero ahora iluminada por una onda plana monocromática linealmente polarizada que incide desde el medio 1 (el prisma) con un ángulo  $\theta$  mayor que el ángulo crítico de reflexión total. El medio 2 es un metamaterial con valores negativos de permitividad eléctrica  $\epsilon_2$  y permeabilidad magnética  $\mu_2$  en contacto con dos materiales dieléctricos no magnéticos ( $\mu_1 = \mu_3 = 1$ ) con permitividades eléctricas  $\epsilon_1$  y  $\epsilon_3$  reales y positivas. Una onda plana monocromática linealmente polarizada incide sobre el medio 1 con un ángulo  $\theta$  respecto de la normal a la superficie mayor que el ángulo crítico de reflexión total. El sistema de coordenadas es elegido de manera que el eje  $x$  coincida con la dirección de propagación del PSP y el eje  $y$  sea normal a las superficies de separación de los medios. En la polarización  $p$  el vector campo magnético de la onda incidente es paralelo al eje  $z$  mientras que en la polarización  $s$  el

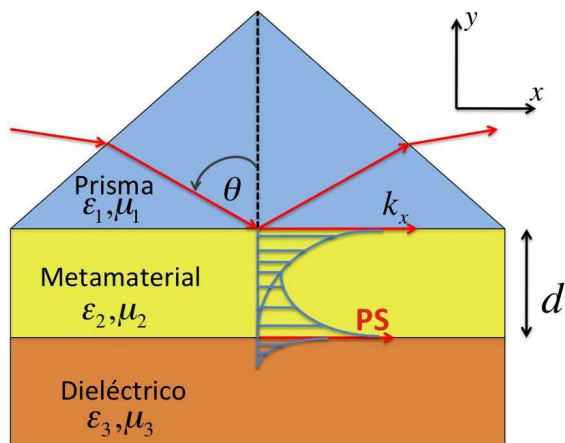


Figura 1: Configuración.

vector campo eléctrico de la onda incidente es paralelo al eje  $z$ . Suponemos una dependencia temporal de los campos de la forma  $e^{-i\omega t}$ , con  $\omega$  la frecuencia de la onda plana monocromática,  $t$  el tiempo e  $i = \sqrt{-1}$ . Bajo estas hipótesis, la amplitud compleja  $r_1$  de los campos reflejados en el medio 1 se obtiene siguiendo pasos formalmente similares a los ya presentados para calcular la magnitud denotada con el mismo nombre en el problema de modos<sup>12</sup>, pero ahora reemplazando el sistema homogéneo (ecuación (2) de la referencia 12) por un sistema inhomogéneo que tiene en cuenta la presencia de la onda incidente. Luego de resolver el nuevo sistema se obtiene

$$r_1 = \frac{r_{12} + r_{23} e^{2i\beta_2 d}}{1 + r_{12} r_{23} e^{2i\beta_2 d}}, \quad (1)$$

en donde  $r_{ij} = \frac{Z_i - Z_j}{Z_i + Z_j}$ ,  $i, j = 1, 2, 3$ , es el coeficiente de reflexión que correspondería a una sola superficie entre los medios  $i$  y  $j$ ,  $d$  es el espesor de metamaterial,  $\beta_j^2 = (\frac{\omega}{c})^2 \epsilon_j \mu_j - \alpha^2$ ,  $Z_j = \beta_j / \sigma_j$  y  $\sigma_j = \epsilon_j$  para polarización  $p$  o  $\sigma_j = \mu_j$  para polarización  $s$ . Creemos que en este punto es relevante hacer notar que ciertas magnitudes involucradas en este trabajo y en el trabajo de la referencia 12 tienen interpretaciones físicas muy distintas, a pesar de que estamos usando notaciones idénticas para aprovechar la semejanza formal. Por ejemplo, la amplitud compleja  $r_1$  en el problema de modos representa la amplitud de una evanescente en la dirección  $y$ , mientras que aquí representa la amplitud de la onda reflejada, es decir una onda que se propaga en la dirección  $y$ . De la misma manera, en el problema de modos  $\alpha$  es una magnitud compleja que representa la constante de propagación del PSP y su valor se obtiene pidiendo la nulidad del denominador en la ecuación (1). En cambio, en el problema esquematizado en la figura 1,  $\alpha$  toma un valor real

impuesto por la onda incidente

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \sin \theta, \quad (2)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Para obtener acoplamiento entre la onda incidente y el PSP de la superficie 2 – 3 con constante de propagación compleja  $\alpha_{23}$  es necesario que se cumpla la siguiente condición

$$\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \sin \theta = \text{Re } \alpha_{23}. \quad (3)$$

Cuando esto ocurra esperamos que la onda incidente transfiera energía al PSP y que en consecuencia la reflectividad del sistema disminuya. También esperamos que esta disminución de la reflectividad sea más o menos pronunciada, dependiendo del espesor  $d$  de metamaterial. Vemos que no resulta sencillo predecir los detalles del comportamiento esperado a partir de la reflectividad del sistema  $|r_1|^2$  dada a través de la ecuación (1). Por este motivo resulta conveniente recurrir a un modelo fenomenológico originalmente utilizado para describir respuestas resonantes de PSPs en redes de difracción metálicas<sup>19,22</sup> y posteriormente generalizado a dispositivos ATR metálicos<sup>20</sup> y a redes metamateriales<sup>21</sup>. En este modelo, la amplitud compleja de la onda reflejada en el medio 1 tiene la siguiente expresión<sup>20</sup>

$$r_1(z, d/\lambda) = \zeta(z, d/\lambda) \frac{z - z_0(d/\lambda)}{z - z_p(d/\lambda)}, \quad (4)$$

donde  $z$  es la continuación analítica de  $\sin \theta$  al plano complejo,  $z_0$  y  $z_p$  denotan el cero y el polo complejos de  $r_1$  y  $\zeta(z, d/\lambda)$  es una función compleja regular cerca de  $z_0$  y  $z_p$  que no cambia notablemente cerca de  $z_p$ . Con la elección de la variable compleja  $z = \sin \theta$  y según lo visto en el trabajo anterior<sup>12</sup>, el valor de  $z$  que anula el denominador de la expresión (1) (es decir, el polo  $z = z_p$ ) es el cociente entre la constante adimensional de propagación  $\kappa(d/\lambda) = c \alpha(d/\lambda) / \omega$  y el índice de refracción del medio 1,

$$z_p(d/\lambda) = \kappa(d/\lambda) / \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}. \quad (5)$$

Los números complejos  $z_0$  y  $z_p$  dependen de los parámetros constitutivos de los medios y del espesor  $d$  y deben ser calculados numéricamente como los ceros del numerador y del denominador de la ecuación (1) respectivamente. A medida que cambia el valor de  $d$ , las posiciones del cero y del polo en el plano complejo determinan dos trayectorias. Por razones físicas, la trayectoria del polo no puede cruzar el eje real, ya que si lo hiciera resultaría una reflectividad infinita para algún ángulo de incidencia real. En cambio, la trayectoria del cero no está limitada y en principio podría cruzar el eje real para algún valor crítico de  $d/\lambda$ . La existencia de este valor crítico fue verificada

experimentalmente en diversas circunstancias<sup>20,23–25</sup> y el fenómeno se conoce en la literatura como *absorción total*.

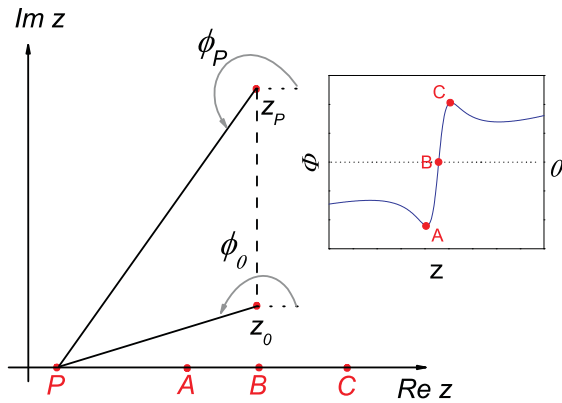


Figura 2: Fase  $\phi$  como función de  $z = \sin \theta$  para  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) > 0$ .

Veremos a continuación que las curvas de fase del campo reflejado juegan un papel importante en la búsqueda del valor crítico de  $d/\lambda$  para el cual  $z_0$  es puramente real. En el marco del modelo fenomenológico la fase de  $r_1$  viene dada (a menos de un valor constante) por la siguiente expresión

$$\phi(z, d/\lambda) = \arctan \frac{z - z_0}{z - z_p}. \quad (6)$$

A partir de (6) surge que  $\phi(z, d/\lambda)$  puede exhibir comportamientos muy distintos como función de  $z = \sin \theta$  (es decir,  $z$  real) dependiendo de la ubicación de las partes imaginarias del cero y del polo en el plano complejo. Para ilustrar dichos comportamientos, en las figuras 2 y 3 mostramos el plano complejo  $z$  en dos situaciones:  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) > 0$  (figura 2) e  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) < 0$  (figura 3). Por simplicidad, y debido a que para curvas de respuesta muy simétricas (como en el caso metálico) siempre se ha observado que  $\text{Re } z_0 \approx \text{Re } z_p$ , en las figuras 2 y 3 hemos supuesto que el cero y el polo tienen la misma parte real. Si en el caso de estructuras con metamaterial así no sucediera, esto se traduciría en una pérdida de simetría de las curvas de respuesta pero sin cambiar las conclusiones generales de la discusión. Consideremos un valor de  $z$  real indicado por el punto  $P$  de la figura 2. La fase  $\phi(z, d/\lambda)$  dada por la ecuación (6) está representada por la diferencia entre los ángulos  $\phi_0$  y  $\phi_p$  indicados en la figura 2. Vemos así que desplazando  $P$  sobre el eje real es posible visualizar el comportamiento de  $\phi = \phi_0 - \phi_p$  para distintos ángulos de incidencia. El resultado se muestra en el recuadro insertado:  $\phi \rightarrow 0$  cuando  $|z| \gg \text{Im}(z_p)$ ,  $\phi < 0$  cuando  $P$  está a la izquierda de  $B$ ,  $\phi > 0$  cuando  $P$  está a la derecha de  $B$  y  $\phi = 0$  cuando  $P$  coincide con  $B$ .

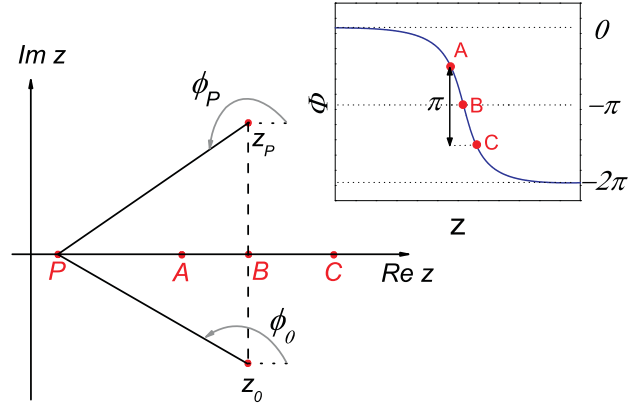


Figura 3: Fase  $\phi$  como función de  $z = \sin \theta$  para  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) < 0$ .

Nótese que la curva de fase tiene un mínimo cuando  $P$  pasa por el punto  $A$  y un máximo cuando  $P$  pasa por el punto  $C$ . Repitiendo un análisis similar para el caso  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) < 0$  (ver figura 3) observamos que ahora la curva de fase resulta monótona decreciente, en vez de tener un máximo y un mínimo como ocurría cuando  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) > 0$

Los resultados mostrados en las figuras 2 y 3 indican que la observación de las curvas de fase vs  $\theta$  obtenidas para distintos valores de  $d/\lambda$ , permite visualizar la posición del cero en el plano complejo, ya que las curvas de fase como función de la variable  $z = \sin \theta$  tienen un comportamiento muy distinto antes y después de que el cero cruce el eje real, es decir antes y después de que el espesor de metamaterial alcance el valor crítico  $d/\lambda$  para el cual se espera una absorción total. Notemos que esta información no se puede extraer de las curvas de reflectividad solamente.

### III. RESULTADOS

En esta sección analizamos las curvas de reflectividad y fase en función del ángulo de incidencia para distintos valores de los parámetros geométricos del sistema ATR. Para correlacionar estas curvas con los resultados obtenidos en el estudio del problema de modos, hemos elegido parámetros constitutivos con valores idénticos a los empleados para ilustrar los nuevos regímenes de PSPs asociados con metamateriales transparentes de índice de refracción negativo<sup>12</sup>. Para el medio metamaterial estos valores están ubicados en las regiones A y B del diagrama  $\varepsilon - \mu$  mostrado en la figura 2 de nuestro trabajo anterior<sup>12</sup>. Los parámetros constitutivos del medio 1 corresponden a un prisma ( $\varepsilon_1 = 2.25$ ,  $\mu_1 = 1$ ) y los del medio 3 al aire ( $\varepsilon_3 = \mu_3 = 1$ ). Para completar el análisis mostramos las trayectorias paramétricas del cero y del polo en el plano complejo, con el espesor

adimensional  $d/\lambda$  como parámetro. Para la búsqueda sistemática de los ceros complejos del numerador y del denominador de la ecuación (1) hemos utilizado el eficiente formalismo numérico ya implementado para encontrar las constantes de propagación de PSPs en sistemas ATR<sup>12</sup>.

### Caso 1: polarización $p$ , PSPs progresivos

En nuestro primer ejemplo los parámetros constitutivos del metamaterial son  $\varepsilon_2 = -2 + i0.001$  y  $\mu_2 = -0.1 + i0.001$ . Estos valores corresponden a parámetros relativos ubicados en la región A de la figura 2 de nuestro trabajo anterior<sup>12</sup>, donde los PSPs tienen polarización  $p$  y son progresivos. En el límite  $d \rightarrow \infty$ , es decir para PSPs en una única superficie plana, la constante de propagación adimensional resulta<sup>12</sup>  $\kappa_\infty = 1.12546 + i0.00046$ . Si suponemos que  $\kappa(d/\lambda) \approx \kappa_\infty$ , la ecuación (3) predice un acoplamiento entre el PSP y la onda incidente para un ángulo de incidencia  $\theta \approx 48^\circ$ . La figura 4 muestra las curvas de reflectividad y de fase como función del ángulo de incidencia  $\theta$  para diferentes valores de  $d/\lambda$ . En las curvas de reflectividad (figura 4a) notamos que tanto la posición angular del mínimo como el ancho angular de las resonancias dependen de  $d/\lambda$ . El incremento de la posición angular del mínimo cuando aumenta  $d/\lambda$  indica un incremento en la parte real de la constante de propagación del polaritón, en total coincidencia con los resultados mostrados en la figura 3a de la referencia 12. De la misma manera, la disminución del ancho angular de las resonancias a medida que aumenta  $d/\lambda$  indica una disminución de la parte imaginaria de la constante de propagación del polaritón, también en total coincidencia con los resultados mostrados en la figura 3b de la referencia 12. El mínimo de las curvas de reflectividad es muy pronunciado ( $\approx 10^{-6}$ ) para  $d/\lambda = 0.5540$  y  $d/\lambda = 0.5545$ . Si bien ambas curvas de reflectividad son indistinguibles en la escala de la figura 4a, las curvas de fase obtenidas para estos espesores exhiben comportamientos muy diferentes. Para  $d/\lambda = 0.5540$ , al igual que para  $d/\lambda = 0.3800$  la fase es una función monótona decreciente del ángulo de incidencia, mientras que para  $d/\lambda = 0.5545$ , al igual que para  $d/\lambda = 0.6800$ , las curvas de fases tienen mínimo y máximo.

El cambio de comportamiento en las curvas de fase no resulta fácilmente explicable a partir del modelo teórico riguroso. Sin embargo, puede interpretarse fácilmente en el marco del modelo fenomenológico de polos y ceros, ya que de acuerdo a lo discutido anteriormente indicaría la existencia de un valor crítico de  $d/\lambda$  entre los valores 0.5540 y 0.5545 para el cual el cero del coeficiente de reflexión cruza el eje real y la energía incidente es absorbida totalmente por la estructura ATR. El hecho de que las fases mostradas en la figura 4b para  $d/\lambda \leq 0.5540$  sean funciones de-

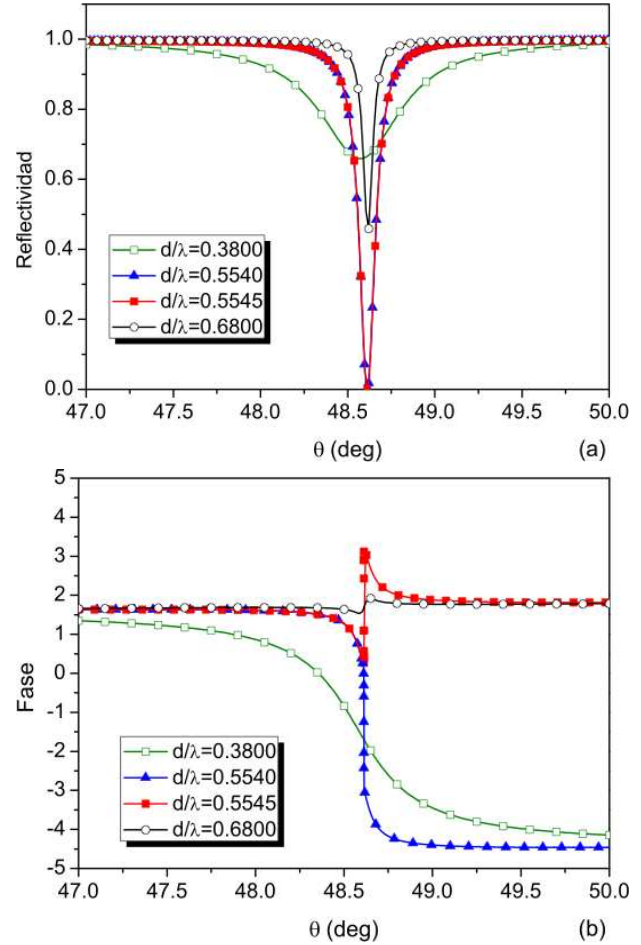


Figura 4: Reflectividad (a) y fase (b) como función del ángulo de incidencia  $\theta$  y para diferentes valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $p$  y progresivos.

crecientes del ángulo de incidencia, está de acuerdo con lo que predice el modelo fenomenológico para el caso  $\text{Im}(z_0)\text{Im}(z_p) < 0$  (ver figura 3) y sugiere que en este rango de espesores  $\text{Im}(z_0) < 0$ , ya que un PSP progresivo debe tener la parte imaginaria de su constante de propagación, es decir la parte imaginaria del polo, positiva<sup>12</sup>. Análogamente, vemos que el comportamiento de las curvas de fase para  $d/\lambda \geq 0.5545$  sugiere que en este rango de espesores debe ser  $\text{Im}(z_0) > 0$ . La simetría exhibida por las curvas de respuesta mostradas en la figura 4 también sugiere que  $\text{Re}(z_0) \approx \text{Re}(z_p)$  para todo el rango de espesores considerado.

La discusión del párrafo anterior presupone la validez del modelo de polos y ceros en el caso de estructuras ATR con metamateriales, una hipótesis que en realidad nunca ha sido validada. Para verificar esta hipótesis hemos calculado numéricamente las trayectorias paramétricas de  $z_0(d/\lambda)$  y de  $z_p(d/\lambda)$ . Como puede verse en las figuras 5 y 6 los resultados

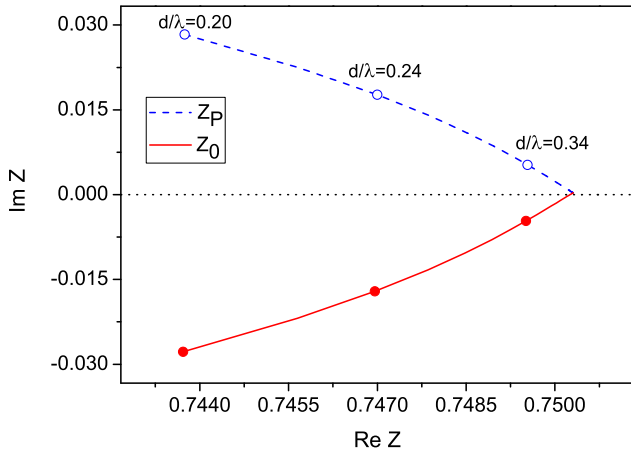


Figura 5: Trayectorias del cero ( $z_0$ ) y del polo ( $z_p$ ) en el plano complejo para distintos valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $p$  y progresivos.

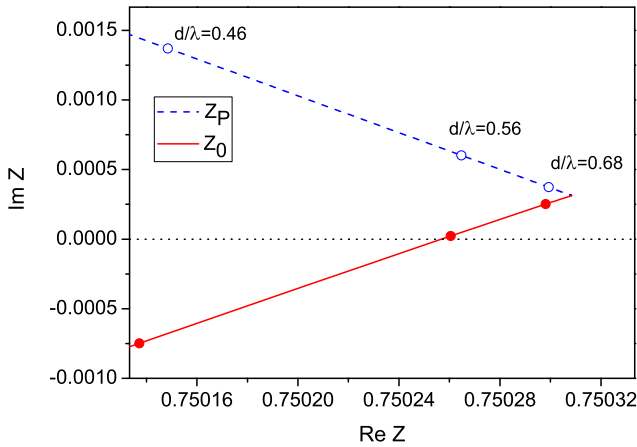


Figura 6: Detalle de las trayectorias del cero ( $z_0$ ) y del polo ( $z_p$ ) en el plano complejo para distintos valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $p$  y progresivos.

obtenidos están de acuerdo con dichas predicciones y confirman la validez del modelo de polos y ceros para describir fenomenológicamente la respuesta resonante de PSPs en estructuras ATR con metamateriales. En estas figuras notamos que las trayectorias del polo y del cero parten del punto que corresponde a una sola superficie de separación ( $d \rightarrow \infty$ ) donde  $z_p = z_0 = 0.75030 + i0.00031$ . Cuando  $d/\lambda$  disminuye,  $z_0$  y  $z_p$  se alejan entre sí, manteniendo sus partes reales aproximadamente iguales, tal como lo sugería la simetría de las curvas de respuesta. También hemos

verificado que

$$z_0(d/\lambda = 0.5540) = 0.75025 - i1.29559 \cdot 10^{-6},$$

$$z_0(d/\lambda = 0.5545) = 0.75025 + i7.33953 \cdot 10^{-7},$$

es decir, que tal como lo sugería el cambio de comportamiento de la fase, la parte imaginaria de  $z_0$  cambia de signo para un valor crítico de  $d/\lambda$  entre  $d/\lambda = 0.5540$  y  $d/\lambda = 0.5545$  para el cual la reflectividad del sistema se anula.

## Caso 2: polarización $s$ , PSPs regresivos

En este nuevo ejemplo  $\varepsilon_2 = -1.5 + i0.001$  y  $\mu_2 = -0.8 + i0.001$ , valores que corresponden a parámetros relativos ubicados en la región B de la figura 2 del trabajo anterior<sup>12</sup>, donde se han estudiado PSPs con polarización  $s$  regresivos. En el límite  $d \rightarrow \infty$  la constante de propagación adimensional resulta<sup>12</sup>  $\kappa_\infty = 1.24720 - i0.00355$ , con parte imaginaria negativa debido al carácter regresivo. Si suponemos que  $\kappa(d/\lambda) \approx \kappa_\infty$ , la ecuación (3) predice acoplamiento resonante entre el PSP y la radiación incidente para ángulos  $\theta \approx 56^\circ$ . La figura 7 muestra las curvas de reflectividad y de fase como función del ángulo de incidencia para distintos valores de  $d/\lambda$ . Los valores analizados son  $d/\lambda = 0.5125$ ,  $d/\lambda = 0.8145$ ,  $d/\lambda = 0.8150$  y  $d/\lambda = 0.9375$ . Para  $d/\lambda = 0.8145$  y  $d/\lambda = 0.8150$  las curvas son indistinguibles y presentan un valor mínimo aproximadamente igual a  $10^{-7}$ . En las curvas de reflectividad (figura 7a) notamos que tanto la posición angular del mínimo como el ancho angular de las curvas disminuyen al aumentar  $d/\lambda$ . Esto indica que tanto la parte real como la parte imaginaria de la constante del PSP disminuyen al aumentar el espesor de la capa intermedia, en total coincidencia con los resultados obtenidos en las figuras 6a y 6b de la referencia 12.

Las curvas de fase como función del ángulo de incidencia de la figura 7b muestran un comportamiento distinto al caso analizado previamente. Vemos que a medida que se incrementa  $d/\lambda$  las curvas de fase pasan de tener un comportamiento monótonamente creciente, para  $d/\lambda = 0.5125$  y  $d/\lambda = 0.8145$ , a tener máximo y mínimo para  $d/\lambda = 0.8150$  y  $d/\lambda = 0.9375$ . El cambio en el comportamiento de la fase como función del ángulo de incidencia indica que existe un valor crítico de  $d/\lambda$  entre 0.8145 y 0.8150 para el cual la reflectividad del sistema se anula. En el marco del modelo de ceros y polos, la simetría de las curvas de reflectividad (figura 7a) y de fase (figura 7b) sugieren que  $\text{Re}(z_0) \approx \text{Re}(z_p)$ , tal como se verifica en los resultados mostrados en las figuras 8 y 9, obtenidos a partir del cálculo numérico de los polos y ceros. Numéricamente encontramos que

$$z_0(d/\lambda = 0.8145) = 0.83124 + i6.79740 \cdot 10^{-6},$$

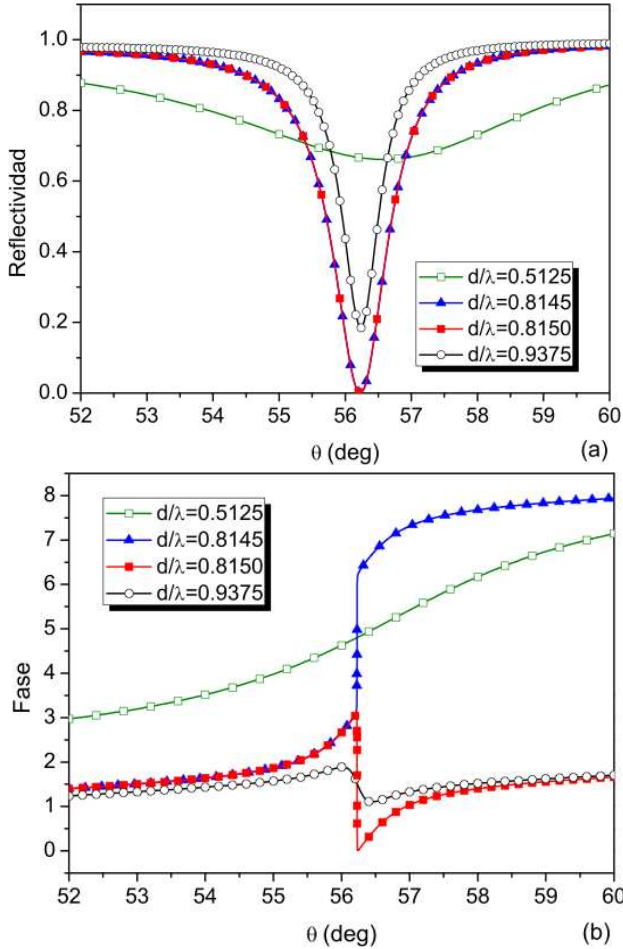


Figura 7: Reflectividad (a) y fase (b) como función del ángulo de incidencia  $\theta$  y diferentes valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $s$  y regresivos.

$$z_0(d/\lambda = 0.8150) = 0.83124 - i 2.30406 \cdot 10^{-6},$$

un resultado que asegura que el valor crítico de  $d/\lambda$  para el cual la expresión (1) es idénticamente cero está comprendido entre los valores  $d/\lambda = 0.8145$  y  $d/\lambda = 0.8150$ .

#### IV. CONCLUSIONES

En este trabajo hemos presentado un estudio exhaustivo de la repuesta óptica de sistemas ATR (Kretschmann) con metamateriales de índice negativo en condiciones cercanas al acoplamiento resonante del campo incidente con PSPs muy distintos a los existentes en la configuración ATR usual con metales. Hemos visto que todos los detalles obtenidos para la repuesta óptica verifican y complementan la información obtenida sobre los PSPs en nuestro trabajo anterior<sup>12</sup>. Como resultado novedoso, se ha comprobado teóricamente que el campo incidente puede ser

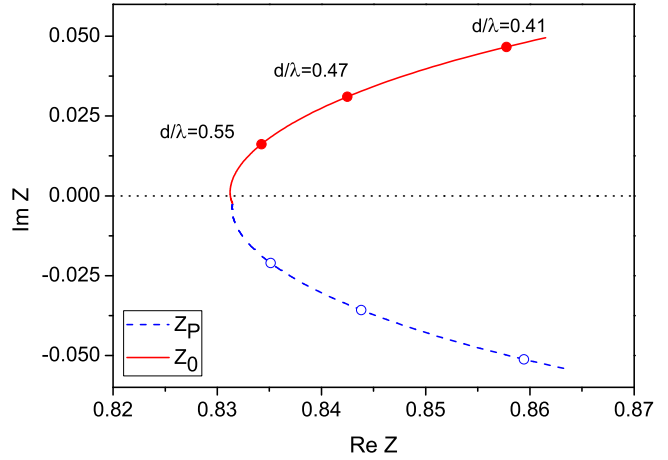


Figura 8: Trayectorias del cero ( $z_0$ ) y del polo ( $z_p$ ) en el plano complejo para distintos valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $s$  y regresivos.

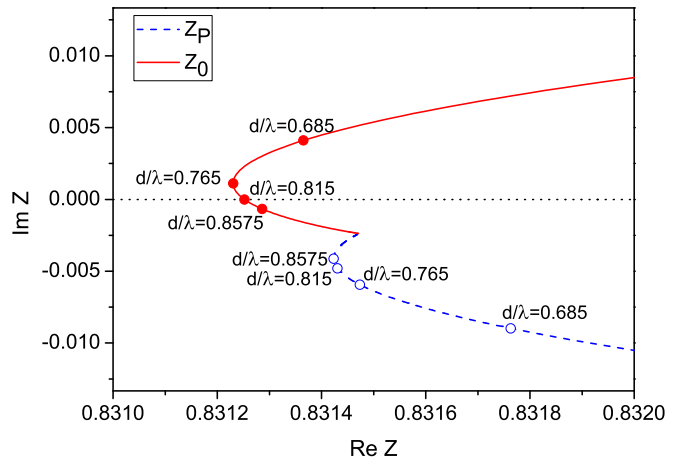


Figura 9: Detalle de las trayectorias del cero ( $z_0$ ) y del polo ( $z_p$ ) en el plano complejo para distintos valores de  $d/\lambda$ . Los parámetros constitutivos corresponden a PSPs con polarización  $s$  y regresivos.

totalmente absorbido por la estructura ATR cuando el espesor de metamaterial toma un valor crítico. Los resultados de este trabajo ponen en evidencia que la fase del campo reflejado aporta información adicional no provista por la reflectividad. En particular, se ha mostrado que el estudio de la fase es útil para encontrar las condiciones críticas de absorción total. Si bien el análisis de la respuesta óptica del sistema ATR podría haberse hecho exclusivamente a partir de las

expresiones exactas de los coeficientes de reflexión del sistema, en este trabajo se ha complementado dicho análisis a través de la generalización a metamateriales del modelo fenomenológico de polos y ceros desarrollado previamente para configuraciones ATR con metales. Se ha mostrado que la generalización del modelo permite evidenciar de una manera muy simple el papel fundamental que juegan los PSPs en las diversas respuestas ópticas obtenidas bajo condiciones de resonancia.

## V. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero brindado por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, (CONICET), Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y la Universidad de Buenos Aires.

- 
- <sup>1</sup> V. M. Agranovich and D. L. Mills, eds., *Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces* (North-Holland, 1982).
- <sup>2</sup> A. D. Boardman, ed., *Electromagnetic surface modes* (Wiley, 1982).
- <sup>3</sup> W. L. Barnes, A. Dereux, and T. W. Ebbesen, *Nature* **424**, 824–830 (2003).
- <sup>4</sup> H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth Rough Surface and on Gratings* (Springer-Verlag, 1988).
- <sup>5</sup> S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications* (Springer-Verlag, 2007).
- <sup>6</sup> R. Marqués, F. Martín, and M. Sorolla, *Metamaterials with Negative Parameters: Theory, Design and Microwave Applications* (Wiley, 2008).
- <sup>7</sup> L. Solymar and E. Shamonina, *Waves in metamaterials* (Oxford Univ. Press, 2009).
- <sup>8</sup> M. Cuevas and R. A. Depine, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 097401 (2009).
- <sup>9</sup> S. A. Darmany, M. Nevière, and A. A. Zakhidov, *Opt. Commun.* **225**, 233–240 (2003).
- <sup>10</sup> A. Otto, *Z. Phys.* **216**, 398–410 (1968).
- <sup>11</sup> E. Kretschmann, *Z. Phys.* **241**, 313–324 (1971).
- <sup>12</sup> M. A. Zeller, M. Cuevas y R. A. Depine, “Polaritones superficiales plasmónicos en sistemas ATR con metamateriales: problema homogéneo”, *Anales AFA* **22** (2010)(ver este volumen).
- <sup>13</sup> K. Park, B. J. Lee, C. Fu, and Z. M. Zhang, *J. Opt. Soc. Am. B* **22**, 1016–1023 (2005).
- <sup>14</sup> R. Rupp, *Phys. Lett. A* **277**, 61–64 (2000).
- <sup>15</sup> I. V. Shadrivov, R. W. Ziolkowski, A. A. Zharov, and Y. S. Kivshar, *Opt. Express* **13**, 481–492 (2005).
- <sup>16</sup> A. Ishimaru, S. Jaruwatanadilok, and Y. Kuga, “Generalized Surface Plasmon Resonance Sensors Using Metamaterials and Negative Index Materials,” *Progress In Electromagnetics Research*, **PIER 51**, 139–152 (2005).
- <sup>17</sup> J. N. Gollub, D. R. Smith, D. C. Vier, T. Perram, and J. J. Mock, *Phys. Rev. B* **71**, 195402 (2005).
- <sup>18</sup> K. L. Tsakmakidis, C. Hermann, A. Klaedtke, C. Jamois, and O. Hess, *Phys. Rev. B* **73**, 085104 (2006).
- <sup>19</sup> R. A. Depine, V. L. Brudny, and J. M. Simon, *Opt. Lett.* **12**, 143–145 (1987).
- <sup>20</sup> R. A. Depine, V. A. Presa, and J. M. Simon, *J. Mod. Optic* **36**, 1581–1589 (1989).
- <sup>21</sup> M. Cuevas and R. A. Depine, *Phys. Rev. B* **78**, 125412 (2008).
- <sup>22</sup> M. Nevière, “The homogeneous problem,” in *Electromagnetic Theory of gratings*, R. Petit, ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1980), pp. 123–157.
- <sup>23</sup> M. C. Hutley and D. Maystre, *Opt. Commun.* **19**, 431–436 (1976).
- <sup>24</sup> Y. P. Bliokh, J. Felsteiner, and Y. Z. Slutsker, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 165003 (2005).
- <sup>25</sup> W. Lukosz and H. Wahlen, *Opt. Lett.* **3**, 88–90 (1978).